

MAPI 3

Minicursos

Privacidad diferencial: Algoritmos básicos y Problemas abiertos en el contexto Colombiano - Stephane Labarthe y Mónica Ribero (Google NYC)

La privacidad diferencial es un marco matemático para cuantificar y gestionar los riesgos de privacidad al publicar o analizar datos sensibles que ha sido adoptado a nivel mundial tanto por gobiernos como por la industria. Este taller busca abrir una discusión alrededor de la privacidad de datos en el contexto colombiano. La primera parte del taller se enfocará en las complejidades únicas de implementar técnicas de preservación de la privacidad en Colombia. La segunda parte proporcionará una introducción a la privacidad diferencial, explorando sus principios básicos y algoritmos fundamentales (como la respuesta aleatorizada, los mecanismos Gaussianos y de Laplace).

Introducción a la Computación cuántica - Cesar Galindo (Universidad de los Andes) y Carlos Barrios (UIS)

Primera Parte - César Galindo: En esta primera parte introductoria, exploraremos los fundamentos de la computación cuántica, abordando preguntas esenciales con aproximaciones matemáticamente precisas. Introduciremos los postulados de la mecánica cuántica y explicaremos qué es un computador cuántico y en qué difiere de un computador clásico. Examinaremos algunos algoritmos cuánticos como el algoritmo de Simon y el problema del subgrupo oculto, así como su solución mediante el uso de la transformada de Fourier discreta. Prestaremos especial atención al problema del logaritmo discreto, una parte fundamental del algoritmo de factorización de Shor. Finalmente, hablaremos brevemente de otro modelo de computación cuántica, llamado computación cuántica topológica, sus ventajas y desventajas, y algunos problemas abiertos en esta dirección.

Segunda Parte - Carlos Jaime Barrios Hernández: Comenzaremos con una introducción teórica a la Programación de Ensamblaje Cuántico (Quantum Assembling Programming). Posteriormente, nos adentraremos en la programación de alto nivel, destacando herramientas como las Quantum Learning Machines (QLMs) y sus respectivos lenguajes. Se presentarán y compararán tres lenguajes de programación cuántica: Qiskit (IBM), extensiones de Atos Quantum Learning Machine, y Q# (Microsoft), con ejemplos prácticos para ilustrar su uso en la simulación y operación de computadoras cuánticas reales. Finalmente, nos enfocaremos en problemas abiertos y áreas de alta actividad en computación cuántica. Discutiremos la corrección de errores cuánticos, un desafío clave para la implementación práctica de esta tecnología. Además, exploraremos el desarrollo de algoritmos cuánticos para la solución de problemas reales, incluyendo aplicaciones en inteligencia artificial, catálisis y astrofísica.

Simulación de Almacenamiento de CO2 utilizando Software Libre - David Moreno (Universidad Nacional)

Este minicurso está diseñado para introducir a los participantes la simulación del almacenamiento de CO2 en acuíferos salinos utilizando software libre. El primer día se centrará en los fundamentos matemáticos y teóricos del almacenamiento de CO2, abarcando los modelos y ecuaciones que describen el proceso. El segundo día estará dedicado a la configuración del archivo de datos para correr simulaciones prácticas usando el software open porous media. La idea es proporcionar a los participantes una experiencia práctica en la implementación de modelos de almacenamiento de CO2 en acuíferos salinos. Las simulaciones están basadas en un modelo de crudo negro (Black Oil). Esta no es una simulación composicional, sin embargo, se mostrará que puede generar resultados equivalentes dando validez al modelo.

Introducción a las redes neuronales informadas por la física - Manuela Bastidas (Universidad Nacional) - Nicolás Guarín (Universidad EAFIT)

La modelación de fenómenos físicos mediante ecuaciones diferenciales parciales (EDP) es esencial en varias áreas de las matemáticas puras y aplicadas. Estos modelos describen cómo cambian ciertas cantidades físicas en el espacio y el tiempo, permitiendo abordar problemas cruciales como: predecir comportamientos, optimizar procesos y diseñar soluciones en campos como la química, la biología, la economía y la ingeniería. Dada la complejidad de muchos de estos problemas, encontrar soluciones exactas es a menudo imposible, lo que subraya la necesidad de métodos numéricos efectivos para aproximar las soluciones. Aunque el análisis numérico clásico ofrece numerosas herramientas para aproximar soluciones de EDP, los recientes avances en la computación científica destacan la importancia de explorar nuevos métodos numéricos que amplíen las aplicaciones. Como matemáticos, es crucial investigar y fortalecer la fundamentación de estos nuevos desarrollos. Por ejemplo, el teorema de aproximación universal establece que las redes neuronales pueden aproximar funciones continuas con gran precisión, abriendo nuevas posibilidades para la modelación matemática. Además, avances como la diferenciación automática (autodiff) permiten calcular derivadas de funciones complejas de manera precisa y eficiente, facilitando la integración de estos métodos en procesos de optimización y entrenamiento de modelos. Las Physics-Informed Neural Networks (PINN) son una clase emergente de redes neuronales que incorporan directamente las leyes físicas expresadas mediante EDP en el proceso de aprendizaje. A diferencia de las redes neuronales tradicionales, las PINN utilizan información física para guiar el entrenamiento, imponiendo las EDP como restricciones en la función de pérdida, lo que permite que las redes aprendan soluciones que respeten las leyes físicas subyacentes. Este curso de teoría e implementación de PINN está diseñado para matemáticos interesados en desarrollar y aplicar métodos numéricos avanzados para resolver problemas descritos por EDP. Durante las dos sesiones, se introducirán los conceptos matemáticos y algorítmicos fundamentales para entender y utilizar PINN, combinando principios físicos con técnicas de aprendizaje automático para resolver problemas clásicos. Los participantes aprenderán a implementar estas metodologías utilizando software de código abierto, facilitando así la extensión del conocimiento adquirido a otros problemas en sus respectivas áreas de estudio. El curso estará organizado en dos partes, cada una compuesta por dos sesiones. En la primera parte, se cubrirán la formulación de problemas físicos mediante EDP y los

fundamentos teóricos de las PINN. La segunda parte estará enfocada en la implementación práctica, utilizando herramientas de software y trabajando en ejemplos y ejercicios prácticos.

HIGH-ORDER MIMETIC DIFFERENCES AND APPLICATIONS - JOSÉ CASTILLO, SAN DIEGO STATE UNIVERSITY

Mimetic methods construct discrete numerical schemes based on discrete analogs of spatial differential vector calculus operators like divergence, gradient, curl, Laplacian, etc. They mimic solution symmetries, conservation laws, vector calculus identities, and other important properties of continuum partial differential equations models. The original versions of these methods were restricted to be of low-order accuracy. High-order mimetic operators were later introduced, first by Castillo and Grone at San Diego State University, via the introduction of convenient inner product weights to enforce a discrete high-order extended Gauss divergence theorem, and later by a collaboration of Los Alamos National Laboratory and a group of researchers at Milano-Pavia. This review focuses on the developments of high-order mimetic differences by Castillo and his group at San Diego and the utilization of these techniques in different applications. In addition, when appropriate, it exhibits similarities and differences between the two methodologies.

Matemáticas de las máscaras de convolución (correlación) y su interpretación mediante transformada de Fourier - Manuel Forero (Universidad de Ibagué)

minicurso sobre las matemáticas de las máscaras de convolución (correlación) y su interpretación mediante transformada de Fourier. El primer tema jamás lo he visto publicado y es algo que he ido desarrollando para mis clases en procesamiento de imágenes y ahora en el de inteligencia artificial, pues en la literatura se presentan las máscaras de convolución, pero no he visto que se haga una deducción de las mismas, las cuales encontré que pueden deducirse mediante unas matemáticas de máscaras de convolución. El segundo tema lo presenté en un artículo en español hace ya unos años como un trabajo más bien didáctico, pero que he visto que fue citado varias veces y ha tenido interés, pudiendo entender mejor qué hacen las máscaras de convolución. Estos temas han tenido mayor interés con la aparición de las redes.

Transformada de Fourier. convolución y correlación. Filtros en frecuencia. Deducción de los filtros de convolución en el dominio del espacio - Observación de las máscaras en el dominio de la frecuencia. Representación de los filtros mediante vectores. Deducción de los filtros pasaaltos a partir de filtros pasabajos. Filtros pasabanda y su incorrecta interpretación. Filtros de gradiente e interpretación de su comportamiento a partir de su descomposición vectorial. Problemas de los filtros de gradiente. Congruencia de fase. Deducción del filtro laplaciano.

Teoría de Categorías en el análisis de datos

La teoría de categorías, una rama de las matemáticas abstractas que surgió a mediados del siglo XX, proporciona un marco formal unificador para el estudio de estructuras y relaciones matemáticas. Uno de sus objetivos es capturar y formalizar patrones que subyacen al razonamiento matemático. En los últimos años, esta teoría ha encontrado aplicaciones extensas y profundas en ciencias e ingeniería. En este minicurso, argumentaremos que la teoría de categorías, al ser una lingua franca para las estructuras matemáticas, tiene el potencial para actuar como marco formal para la ciencia de datos. Este potencial radica en la habilidad de describir diversos aspectos de sistemas complejos

y conjuntos de datos usando un solo lenguaje. Además, este lenguaje está diseñado para explotar las conexiones entre dichos aspectos, las cuales no resultan obvias cuando se modelan utilizando diversos lenguajes matemáticos. Este minicurso no presupone conocimiento previo de teoría de categorías, sino que presentará las nociones básicas de éste lenguaje matemático y su uso para estudiar estructuras tales como conjuntos, órdenes y grafos.