

Algunos problemas interesantes

Oscar Bernal

¡Siguen en *Lecturas Matemáticas* los problemas para pensar un poco! En este número proponemos algunos problemas nuevos, de nuevo con niveles de dificultad y contenidos matemáticos diversos. Además, queremos dejar abiertos los problemas del número anterior, queremos que las soluciones de nuestros lectores sean las protagonistas.

Nos gustaría mucho saber cómo han resuelto estos problemas, así que las soluciones son bienvenidas al correo electrónico `cedm@scm.org.co` en un mensaje con el sujeto *Soluciones Lecturas* e indicando el número de la revista en la que apareció el problema; en el número siguiente presentaremos las soluciones y créditos a quienes nos escriban.

Mantenemos la puerta abierta a las propuestas de problemas, para lo que también está disponible el correo electrónico `cedm@scm.org.co` al que pueden proponer sus problemas, originales y con solución completa, en un mensaje con el sujeto *Problemas Lecturas*.

1. Problema 1

Para un triángulo en el plano euclidiano, se definen los puntos H como el cruce de sus alturas, G el cruce de sus medianas, O el cruce de sus mediatrices e I el cruce de sus bisectrices. Es conocido que, para todo triángulo, los puntos H , G , O están alineados, en una recta conocida como línea de Euler.

¿Es posible que en un triángulo escaleno el punto I también haga parte de la línea de Euler?

2. Problema 2

Se denominará una sucesión *casi-Fibonacci* a una sucesión en la que cada término a partir del tercero es la suma de los dos anteriores, aunque no necesariamente los dos primeros elementos son iguales a 1. Por ejemplo, la siguiente sucesión es casi-Fibonacci:

$$a_1 = 20, a_2 = 25, a_3 = 45, a_4 = 70, a_5 = 115, \dots$$

Demuestre que si en una sucesión casi-Fibonacci hay tres términos del mismo valor sin que dos de ellos sean consecutivos, entonces la sucesión es constante 0.

3. Problema 3

¿Cuál es la mayor cantidad de valores propios racionales no-enteros que puede tener una matriz de tamaño $n \times n$ con entradas enteras?

OSCAR BERNAL
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
BOGOTÁ, COLOMBIA
e-mail: os-berna@uniandes.edu.co