

$F. \Delta V = \Delta P$

$Sec^2 ax dx = \frac{1}{a} \tan ax + c$

Ordre  $\rightarrow R = \frac{1}{A} \times R \times d + d$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

|    |    |    |
|----|----|----|
| AO | BB | BO |
| DO | PC | CO |

$F. \Delta V = \Delta P$

# CONGRESO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS

*¡Para volvernos a encontrar!*





# Índice general

|                                                                           |           |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Plenarias</b>                                                       | <b>3</b>  |
| <b>2. Semiplenarias</b>                                                   | <b>5</b>  |
| <b>3. Cursos</b>                                                          | <b>19</b> |
| <b>4. Pósters</b>                                                         | <b>25</b> |
| <b>5. Ponencias</b>                                                       | <b>47</b> |
| 5.1. Álgebra . . . . .                                                    | 47        |
| 5.2. Optimización, teoría de control y aplicaciones a economía y ciencias | 65        |
| 5.3. Teoría de operadores, análisis numérico y ciencias de la computación | 71        |
| 5.4. Historia de la matemática . . . . .                                  | 79        |
| 5.5. Educación matemática . . . . .                                       | 85        |
| 5.6. Lógica . . . . .                                                     | 97        |
| 5.7. Análisis . . . . .                                                   | 99        |
| 5.8. Combinatoria . . . . .                                               | 107       |
| 5.9. Ecuaciones diferenciales . . . . .                                   | 112       |
| 5.10. Física . . . . .                                                    | 131       |
| 5.11. Geometría . . . . .                                                 | 132       |
| 5.12. Probabilidad y estadística . . . . .                                | 136       |
| 5.13. Topología . . . . .                                                 | 139       |





# Capítulo 1

## PLENARIAS

FEDERICO ARDILA  
SAN FRANCISCO STATE UNIVERSITY

*Lunes 1:45-2:45.*

### THE CALABI PROBLEM

CAROLINA ARAUJO  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA Y APLICADA

The Calabi Problem is a formidable problem in the confluence of differential geometry and algebraic geometry. It asks which compact complex manifolds admit a Kähler-Einstein metric. For flat or negatively curved manifolds, the Calabi problem was solved by Yau and Aubin/Yau in the 1970s. They confirmed Calabi's prediction, showing that these manifolds always admit Kähler-Einstein metrics. On the other hand, for positively curved manifolds, called "Fano manifolds", the problem is much more subtle: Fano manifolds may or may not admit Kähler-Einstein metrics. There have been great advances in the Calabi problem for Fano manifolds in the last decade, with surprising and deep connections with birational geometry. In this talk, I will present an overview of the Calabi problem, the recent interactions with birational geometry, and the current state of the art in dimension 3. *Lunes 5:30-6:30.*

ELDER VILLAMIZAR  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

*Martes 9:00-10:00.*

AUBIN ARROYO  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

*Miércoles 5:00-6:00.*

JAVIER DE LA CRUZ  
UNIVERSIDAD DEL NORTE

XXIII CCM

---

*Miércoles 9:00-10:00.*

MARIA DE-ARTEAGA  
UNIVERSITY OF TEXAS AT AUSTIN

*Jueves 9:00-10:00.*

JUANITA PINZÓN  
UNIVERSITY OF NOTRE DAME

*Jueves 3:30-4:30.*

JUAN CARLOS GALVIS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

*Jueves 10:30-11:30.*

## Capítulo 2

# SEMIPLLENARIAS

### ÁLGEBRAS DE EVOLUCIÓN: DESARROLLO Y RESULTADOS RECIENTES

MARY LUZ RODIÑO MONTOYA  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Recientemente, en la literatura, se han presentado bastantes resultados sobre Álgebras de Evolución. Este tipo de álgebras no-asociativas fueron introducidas por Tian y Vojetchovsky en 2006 en el trabajo “Mathematical Concepts of evolution algebras in non-Mendelians genetics”. Dos años más tarde, Tian publica el libro *Evolution algebras and their applications* (2008), en el cual amplía la teoría de las álgebras de evolución, su relación con otras áreas (biología, física, probabilidad, entre otras) y deja varios problemas para ser abordados. En esta charla presentaremos algunos de los resultados obtenidos por múltiples investigadores, en los últimos años, los cuales abordan el estudio de las álgebras de evolución no solo con herramientas de las álgebras no-asociativas, sino también con otras herramientas dadas por ejemplo por la teoría de grupos, teoría de grafos y las cadenas de Markov. Presentaremos además algunos problemas que aún están abiertos y que han surgido de estos últimos estudios.

*Martes 1:45-2:25.*

### BUENAS GRADUACIONES EN ANILLOS DE MATRICES Y PRODUCTOS CRUZADOS POR ACCIONES PARCIALES

HECTOR PINEDO  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Un anillo  $S$  es graduado por  $G$  si, existe una familia  $\{S_g\}_{g \in G}$  de subgrupos aditivos de  $S$  tal que  $S = \bigoplus_{g \in G} S_g$  y  $S_g S_h \subseteq S_{gh}$ , para todos  $g, h \in G$ . En esta

charla trataremos sobre graduaciones en álgebras de matrices  $M_n(R)$ ; donde  $R$  es un anillo, en particular sobre las llamadas *buenas graduaciones*, en estas las matrices elementales  $e_{ij}$  son elementos homogéneos, estudiemos la interacción de este concepto con los anillos epsilon fuertemente graduados, esto es aquellos en los cuales  $S_g$  es un  $(S_g S_{g^{-1}}, S_{g^{-1}} S_g)$ -bimodulo unitario, a partir de esto presentaremos caracterizaciones sobre cuando este es un producto cruzado por una acción parcial y mostraremos algunas interacciones entre matrices con buenas

graduaciones y álgebras de camino de Leavitt.

*Martes 2:30-3:10.*

## **ENERGÍA E ÍNDICES TOPOLÓGICOS DE GRAFOS DIRIGIDOS**

JUAN RADA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

La teoría espectral de grafos estudia los grafos usando técnicas del álgebra lineal y la teoría de matrices. Una rama importante dentro de esta teoría es la energía de grafos, que comenzó con la teoría orbital molecular de Hückel (HMO), trabajo del alemán Erich Hückel alrededor del año 1930, sobre la solución aproximada de la ecuación de Schrödinger de ciertas moléculas orgánicas. Los trabajos de Ivan Gutman de la década de los 70 sobre la energía de grafos (no necesariamente moleculares), motivaron a muchos investigadores a estudiar las propiedades matemáticas, algunas de valiosa aplicación a la química y otras de interés principalmente matemático. Es mi objetivo en esta charla presentar una serie de resultados sobre la nueva teoría de la energía de grafos asociados a un índice topológico, y discutir su generalización a grafos dirigidos.

*Martes 2:30-3:10.*

## **MORPHOLOGICAL RECONSTRUCTION OF POROUS MEDIA USING FIB-SEM DATA**

DIEGO ROLDÁN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

CLAUDIA REDENBACH

RPTU KAISERSLAUTERN. LANDAU

KATJA SCHLADITZ

FRAUNHOFER ITWM KAISERSLAUTERN

Nano-structured materials have gained growing interest in applications like fuel cells, lithium-ion batteries, and filter media. 3D imaging, geometric modeling, and simulation of macroscopic materials' properties yield a deeper understanding of these materials and the structure-of-property relationships. The method of choice to analyze these microstructures is focused ion beam Nano tomography (FIB-SEM). However, the reconstruction of the porous 3D microstructure from FIB-SEM image data in general has been an unsolved problem so far. In this talk, we present a state-of-the-art method using morphological operations. first, features are extracted from the data, which, are later combined into an initial segmentation, which is then refined by a constrained watershed transformation. The method is evaluated with synthetic data, generated by a simulation of the FIB-SEM imaging process. The method produces a much smaller error than other classical existing techniques.

*Martes 1:45-2:25.*

## **MODELLING UNDERREPORTED SPATIO-TEMPORAL CRIME EVENTS**

ALVARO J. RIASCOS VILLEGAS

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

JOSE SEBASTIAN NUNGO1

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

LUCAS GÓMEZ TOBÓN

QUANTIL

Crime observations are one of the principal inputs used by governments for designing citizens' security strategies. However, crime measurements are obscured by underreporting biases, resulting in the so-called "dark figure of crime". Current approaches for estimating the "true" crime rate do not account for underreporting temporal crime dynamics. This work studies the possibility of recovering "true" crime incident rates over time using data from underreported crime observations and complementary crime-related measurements acquired online. For this, a novel underreporting model of spatiotemporal events based on the combinatorial multi-armed bandit framework was proposed. Through extensive simulations, the proposed methodology was validated for identifying the fundamental parameters of the proposed model: the "true" rates of incidence and underreporting of events. Once the proposed model was validated, crime data from a large city, Bogotá (Colombia), was used to estimate the "true" crime and underreporting rates. Our results suggest that this methodology could be used to rapidly estimate the underreporting rates of spatiotemporal events, which is a critical problem in public policy design.

*Martes 2:30-3:10.*

**EXISTENCIA DE SOLUCIONES PARA PROBLEMAS  
ELÍPTICOS CUASILINEALES CON PESO Y PARA UNA  
ECUACIÓN  $P$ -LAPLACE-BELTRAMI CON PESO**

JORGE COSSIO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

TRABAJO CONJUNTO CON:

ALFONSO CASTRO

HARVEY MUDD COLLEGE

SIGIFREDO HERRON

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

CARLOS VELEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta conferencia se estudia la existencia de soluciones radiales para el problema de frontera elíptico cuasilineal

$$\begin{cases} \Delta_p u(x) + W(\|x\|)f(u(x)) = 0 & x \in \Omega, \\ u(x) = 0 & x \in \partial\Omega, \end{cases} \quad (2.1)$$

donde  $\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u)$  es el operador  $p$ -Laplaciano,  $p > 1$ ,  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ( $N \geq 2$ ) es un dominio acotado con frontera suave, el peso  $W$  es una función continuamente diferenciable y  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función no lineal.

Inicialmente se presentan algunos resultados relacionados con la existencia de infinitas *soluciones radiales* en una bola para el problema (2.1), cuando el peso  $W$  cambia de signo exactamente una vez y la no linealidad  $f$  es  $p$ -superlineal. Argumentos estándar que utilizan funciones de energía, identidades de Pohozaev y análisis de plano de fase no se aplican directamente en nuestro trabajo porque

los problemas de valor inicial correspondientes pueden explotar en la región donde la función peso es negativa.

Adicionalmente se estudia la existencia de soluciones rotacionalmente simétricas para la ecuación cuasilineal  $p$ -Laplace-Beltrami

$$\Delta_{p,M}u(x) + W(d(x))f(u(x)) = 0 \quad x \in M. \quad (2.2)$$

donde  $\Delta_{p,M}u$  es el operador  $p$ -Laplace-Beltrami,  $p > 1$ ,  $M \subset \mathbb{R}^N$  ( $N \geq 3$ ) es una superficie de revolución, el peso  $W \in C^1$  y cambia de signo exactamente una vez,  $d$  denota una distancia geodésica en  $M$  y  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función no lineal.

[1] A. CASTRO, J. COSSIO, S. HERRÓN. Y C. VÉLEZ. Infinitely many radial solutions for a  $p$ -Laplacian problem with indefinite weight, *Discrete & Contin. Dyn. Syst.*, 2021, 41 (10): 4805 - 4821.

[2] A. CASTRO, J. COSSIO, S. HERRÓN Y C. VÉLEZ Infinitely many radial solutions for a  $p$ -Laplacian problem with negative weight at the origin, *Electron. J. Diff. Eqns.*, Special Issue 01 (2021), pp. 101-114.

[3] A. CASTRO, J. COSSIO, S. HERRÓN Y C. VÉLEZ. Shooting from singularity to singularity and a quasilinear  $p$ -Laplace-Beltrami equation with indefinite weight, aceptado para publicación en *Discrete & Contin. Dyn. Syst. Ser. S. Martes 1:45-2:25*.

## UNA NOTA SOBRE REGULARIDAD DE LAS SOLUCIONES DE UN PROBLEMA DE NEUMANN LIGERAMENTE SUBCRÍTICO

EDGAR ALEJANDRO ANTONIO MARTINEZ  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

ROSA MARIA PARDO SAN GIL  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

JORGE SANCHEZ ORTIZ  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

Consideremos el siguiente problema de Neumann

$$\begin{aligned} -\Delta u + u &= f(x, u), & x \in \omega, \\ \frac{u}{\eta} &= 0, & x \in \partial\Omega; \end{aligned}$$

donde  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ( $N > 2$ ) es un dominio abierto, acotado, con frontera de clase  $C^{2,\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ) y supondremos que la no-linealidad  $f : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función de de Carathéodory *subcrítica*. Mediante una estimación de Brezis-Kato, basada en la técnica de iteración de Moser, y regularidad elíptica, enunciaremos condiciones suficientes para garantizar que cualquier solución débil del problema con una no linealidad subcrítica de Carathéodory es una función continua, y de hecho es una solución fuerte.

*Martes 2:30-3:10.*

**¿QUÉ TAN PERTINENTE ES EL USO DE MATERIAL  
DIDÁCTICO PARA INTRODUCIR, REFORZAR O  
CONCRETAR UN CONCEPTO?**

MARTHA CECILIA MOSQUERA URRUTIA  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

*"Todos los descubrimientos han servido para resolver grandes problemas, pero en la solución de todo problema hay un cierto grado de descubrimiento..."*

La respuesta a esta o cualquiera de las preguntas que al respecto nos formulemos debe estar mediada por la reflexión sobre nuestro quehacer, por tanto escapa a los objetivos de este espacio dar respuestas como hechos terminados, o presentar fórmulas a seguir por fuera quizá del contexto en que algunas de ellas han sido resueltas dentro de un proceso de investigación en el aula. Al respecto, solo anotaré que la edad en la cual los niños y las niñas inician su escolaridad, se sitúa en un momento de su desarrollo mental en que el aprendizaje se lleva a cabo fundamentalmente a partir de la experiencia personal y concreta, en un grado muy superior al conseguido a partir de la experiencia de otras personas; por ello resulta importante tener en cuenta que para lograr la comprensión de un concepto no basta con un solo modelo, ni con un único contexto, la comprensión de un concepto puede extenderse en el tiempo y necesitar gran cantidad de aplicaciones, además de la realización verbal y la práctica de la transferencia. En este sentido, utilizo el tangram chino, para ilustrar un método de razonamiento para construir demostraciones, en particular demuestro que "con el tangram chino solo es posible construir trece polígonos convexos" mostrando el tránsito entre varios contextos (numéricos, métricos, espaciales, geométricos...), y la conversión de un problema geométrico en un problema algebraico; esto con el objetivo de motivar entre los participantes la reflexión sobre que tan pertinente es el uso de un material didáctico para introducir, reforzar o concretar un concepto; rescatando la importancia de la geometría y el sentido espacial intuitivo, como parte fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático.

**Palabras clave:** tangram chino, material didáctico, demostraciones, pensamiento matemático.

*Martes 2:30-3:10.*

**SOLUCIONES NODALES A ECUACIONES TIPO YAMABE**

JURGEN ALFREDO JULIO BATALLA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Un resultado clásico en geometría diferencial afirma que en toda clase conforme de una métrica Riemanniana en una variedad cerrada existe una métrica de curvatura escalar constante. Este resultado es conocido como el problema de Yamabe y su solución consiste en encontrar una solución positiva a la ecuación de Yamabe. A partir de la solución de este problema, una línea de investigación muy activa ha sido obtener resultados de multiplicidad y unicidad de soluciones positivas a esta ecuación. Destacamos, por ejemplo, que en el caso de variedades de Einstein (diferentes de la esfera redonda) existe una única solución positiva a la ecuación de Yamabe. La situación, sin embargo, es muy distinta para el caso



de soluciones nodales (soluciones que cambian de signo). En esta charla discutiremos algunos resultados de multiplicidad de soluciones nodales a ecuaciones tipo Yamabe.

*Martes 1:45-2:25.*

### LAPLACIAN COFLOW OF $G_2$ -STRUCTURES

JULIETH PAOLA SAAVEDRA  
UNIVERSIDAD FEDERAL DE CEARA BRASIL

A. MORENO  
UNIVERSIDAD ESTATAL DE CAMPINAS

In this work, we approach the Laplacian cflow of a coclosed  $G_2$ -structure  $\varphi$  using the formulae for the irreducible  $G_2$ -decomposition of the Hodge Laplacian and the Lie derivative of the Hodge dual 4-form of  $\varphi$ . In terms of this decomposition, we characterise the conditions for a vector field as an infinitesimal symmetry of a coclosed  $G_2$ -structure, as well as the soliton condition for the Laplacian cflow. More specifically, we provide an easier proof for the absence of compact shrinking solitons of the Laplacian cflow. Moreover, we revisit the Laplacian cflow of coclosed  $G_2$ -structures on almost Abelian Lie groups addressed by fino-Bagaglini. However, our approach is based on the bracket flow point of view. Notably, by showing that the norm of the Lie bracket is strictly decreasing, we prove that we have long-time existence for any coclosed Laplacian cflow solution.

*Martes 2:30-3:10.*

### COMPACTIFICATIONS OF BUNDLES OF $C^*$ -ALGEBRAS

CLARA MARINA NEIRA URIBE  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

JANUARIO VARELA BORDA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

In their work on the foundations of quantum mechanics and section 6, the authors arrive at bundles of  $C^*$ -algebras over topological spaces that unfortunately lack the compactness property. In this presentation we propose a way to avert that problem by constructing, in terms of inductive limits, bundles of  $C^*$ -algebras that extend to compact spaces any such bundle.

*Martes 1:45-2:25.*

### UNA CONJETURA EN GEOMETRÍA NO CONMUTATIVA

MARIO VELASQUEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Describiremos algunas de las ideas centrales en geometría no conmutativa, en particular la dualidad de Gelfand-Naimark, y como esta lleva a considerar generalizaciones naturales de espacios topológicos que llamaremos “espacios no conmutativos”. Describiremos como entender algunos de estos espacios no conmutativos que se asocian a grupos discretos. Finalmente mostraremos como algunos de estos invariantes se pueden calcular usando herramientas propias de la topología algebraica.

*Martes 2:30-3:10.*

**JULIO CARRIZOSA VALENZUELA (1985-1974) GESTOR  
FUNDADOR DE LA SCM, SU VIDA Y OBRA.**

CLARA HELENA SÁNCHEZ BOTERO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Julio Carrizosa Valenzuela (1895-1974) fue un ingeniero matemático colombiano gestor del desarrollo de la ciencia en Colombia, en particular de la matemática. Su Vida y Obra fue exaltada por la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, físicas y Naturales, de la cual fue fundador, en libro publicado en noviembre de 2022. Me basaré en este para hacer un merecido homenaje a quien se debe la fundación de la primera carrera de matemáticas del país y la fundación de la SCM, realizada en su propia casa en 1955.

*Martes 2:30-3:10.*

**SINGULAR EQUIVALENCES OF MORITA TYPE WITH  
LEVEL, GORENSTEIN ALGEBRAS AND UNIVERSAL  
DEFORMATION RINGS**

JOSÉ VELEZ MARULANDA  
VALDOSTA STATE UNIVERSITY

Let  $\mathbf{k}$  be a field of arbitrary characteristic, let  $\Lambda$  be a finite dimensional  $\mathbf{k}$ -algebra, and let  $V$  be an indecomposable finitely generated non-projective Gorenstein-projective left  $\Lambda$ -module whose stable endomorphism ring is isomorphic to  $\mathbf{k}$ . In this talk, we show that the universal deformation rings  $R(\Lambda, V)$  and  $R(\Lambda, \Omega_\Lambda V)$  are isomorphic, where  $\Omega_\Lambda V$  denotes the first syzygy of  $V$  as a left  $\Lambda$ -module. We also prove the following result. Assume that  $\Lambda$  is Gorenstein and that  $\Gamma$  is another Gorenstein  $\mathbf{k}$ -algebra such that there exists  $\ell \geq 0$  and a pair of bimodules  $({}_ΓX_Λ, {}_ΛY_Γ)$  that induces a singular equivalence of Morita type with level  $\ell$  (as introduced by Z. Wang) between  $\Lambda$  and  $\Gamma$ . Then the left  $\Gamma$ -module  $X \otimes_\Lambda V$  is also Gorenstein-projective with stable endomorphism ring isomorphic to  $\mathbf{k}$  and the universal deformation ring  $R(\Gamma, X \otimes_\Lambda V)$  is isomorphic to  $R(\Lambda, V)$ .

*Miércoles 2:00-2:40.*

**APLICACIONES DE FORMAS LINEALES EN LOGARITMOS**

JHON JAIRO BRAVO  
*Miércoles 2:45-3:25.*

**SOBRE UNA CLASE DE OPERADORES  
PSEUDO-DIFERENCIALES P-ÁDICOS**

ADRIANA ALEXANDRA ALBARRACÍN MANTILLA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ANSELMO TORRESBLANCA BADILLO  
UNIVERSIDAD DEL NORTE

En la década de los 80's los números p-ádicos  $\mathbb{Q}_p$  fueron implementados para resolver problemas físicos relacionados con los procesos de Markov. [3] Tiempo después, Avetisov, Kozyrev, [2], introducen una familia de ecuaciones pseudo-diferenciales p-ádicas de tipo parabólico para estudiar las relaciones de ciertos

sistemas complejos que tienen múltiples aplicaciones en física matemática, genética, biología, neurología, probabilidad, sicología, entre otras. En esta charla se dará a conocer una nueva clase de operadores pseudo-diferenciales en el contexto  $p$ -ádico y se analizarán sus aplicaciones en la teoría de los semigrupos de Feller, los procesos de Markov y la teoría de ecuaciones diferenciales. [1,3]

[1] AGUILAR ARTEAGA V.; GUTIÉRREZ GARCÍA I.; TORRESBLANCA BADILLO A. Energy landscapes and non-Archimedean pseudo-differential operators as tools for studying the spreading of infectious diseases in a situation of extreme social isolation. *Kragujevac Journal of Mathematics* (2024), 827-844 .

[2] AVETISOV V. A.; BIKULOV A.; OSIPOV V. A.  $P$ -adic models of ultrametric diffusion in the conformational dynamics of macromolecules. *Proc. Steklov Inst. Math.* (2004), 48-57 .

[3] CASAS SÁNCHEZ O.; CHACÓN CORTÉS L.; GALEANO PEÑALOZA J. Semi-linear Cauchy problem and Markov process associated with a  $p$ -adic non-local ultradiffusion operator. *Journal of Pseudo-Differential Operators and Applications* (2020),1085-1110. <https://doi.org/10.1007/s11868-020-00334-2>

*Miércoles 2:00-2:40.*

### SOBOLEV-TYPE SPACES IN THE $P$ -ADIC CONTEXT

JEANNETH GALEANO PEÑALOZA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

The pseudodifferential operators defined over the field of  $p$ -adic numbers have sense for functions belonging to Bruhat-Schwartz space  $\mathbf{S}(\mathbb{Q}_p^n)$ . Frequently, this space is not invariant under the action of these operators, for that reason, it is convenient to define another kind of spaces, known as *Sobolev-type spaces*, which are invariant under these operators. This work pretend to study some properties of these spaces, which directly depend on the selected operator, also the properties required in order to get a bicontinuous isomorphism between Banach spaces.

*Miércoles 2:45-3:25.*

### SEMI-INFINITE PROGRAMMING: THEORY, ALGORITHMS AND INDUSTRIAL APPLICATIONS

DIEGO MUÑOZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Semi-infinite programs (SIPs) are mathematical programs with finitely many variables and infinitely many constraints. These kinds of problems are commonly expressed by the following formulation

$$P : \min_{x \in X} f(x) \\ \text{s.t. } g(x, y) \leq 0, \quad \text{for all } y \in Y$$

where  $X, Y$  are nonempty compact sets,  $X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $Y \subset \mathbb{R}^p$  and  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$  are continuous functions. A non-trivial problem is finding

a constructive algorithm that provides such a solution. In this talk, the current fundamental ideas to solve SIPs are classified into two classes: discretization/exchange and local reduction approaches. The advantages and disadvantages of the different algorithms are discussed. Then, recent applications in robust parameter estimation in the food industry and robust dynamic optimization in chemical plants are also highlighted. Finally, a discussion on remaining challenges and future research directions are presented.

*Miércoles 2:00-2:40.*

### NEURAL-NETWORK-BASED METHODS FOR THE SOLUTION OF INVERSE PROBLEMS

ANDRÉS FELIPE LERMA PINEDA  
UNIVERSITY OF VIENNA

PHILIPP CHRISTIAN PETERSEN  
UNIVERSITY OF VIENNA

In this talk, we present a data-driven method to approximate the solutions of inverse problems from noisy data. As usual, we assume that the problem is modeled by an operator between infinite-dimensional Banach spaces. We first approximate this operator by a finite-dimensional operator which inverse is Lipschitz. Then, we construct a neural network for the approximated inverse operator, which is robust-to-noise. Moreover, we show that such a neural network can be learned from noisy data. Finally, some numerical examples are provided to illustrate the performance of this method.

Deep learning has proved to be very useful for the solution of many problems in mathematics and applied mathematics. Many different algorithms have been proposed which make use of the concept of neural network. In this talk, we show how these neural-network-based methods can be used to find an approximated solution for different non-linear inverse problems. . To this end, we assume that all inverse problems are modeled by an equation  $f(x) = y$ , where  $f : X \rightarrow Y$  is an operator between Banach spaces and  $y$  is known with a certain level of noise. Therefore, our ultimate goal is to determine the value of  $x$ . All such neural-network-based methods must take into account the high-dimensional spaces where the operator  $f$  for most inverse problems is defined. This high-dimensional may potentially introduce several obstacles for the reconstruction of the solution. However, we discuss how this issue can be overcome under certain conditions.

To implement the aforementioned deep-learning-based methods relies on an approximated function for  $f$ . In this talk, we show how the operator  $f$  between infinite-dimensional Banach spaces can be approximated by a bi-Lipschitz function  $\tilde{f}$  between finite dimensional spaces. For such approximated function  $\tilde{f}$  we construct a neural network which *realization* is close to the original function  $f$  in the  $L^\infty$  norm. More interestingly, we demonstrate that such a neural network is robust-to-noise if the data is perturbed by Gaussian noise. In addition, we show that these neural networks can be learned from appropriately perturbed training data. Finally, we illustrate our results for some inverse problems of interest and provide numerical examples.

*Miércoles 2:45-3:25.*

ALFONSO CASTRO  
HARVEY MUDD COLLEGE  
*Miércoles 2:00-2:40.*

OSCAR AGUDELO  
*Miércoles 2:45-3:25.*

### **FUNCIONES ARMÓNICAS**

JEAN C. CORTISSOZ  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

El Teorema de Liouville en  $\mathbb{R}^n$  dice que toda función armónica acotada definida en todo  $\mathbb{R}^n$  debe ser constante. En esta charla hablaremos de cómo el Teorema de Liouville generaliza a otras variedades Riemannianas.

*Miércoles 2:00-2:40.*

### **SUPERFICIES EN ESPACIOS FORMA NO LLANOS CON UN VECTOR PROPIO CARACTERÍSTICO**

SANDRA CAROLINA GARCÍA MARTINEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

LUIS JOSE ALIAS LINARES  
UNIVERSIDAD DE MURCIA

HÉCTOR FABIÁN RAMÍREZ OSPINA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla estudiaremos las superficies inmersas en los espacios forma tridimensionales no llanos (Riemannianos o Lorentzianos) que satisfacen la condición  $L(\mathbf{H}) = c\mathbf{H}$  para  $c$  real, donde  $\mathbf{H}$  es el vector curvatura media y  $\square$  denota el operador de Cheng-Yau de la superficie. Para ello, primero probaremos que la función curvatura media de estas superficies debe ser constante y, en segundo lugar ofrecemos una clasificación.

*Miércoles 2:45-3:25.*

### **SOBRE LA ESTIMACIÓN DE DENSIDADES ESPECTRALES POR MÍNIMOS CUADRADOS**

DAVID BARRERA  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

La estimación empírica de densidades espectrales es uno de los problemas centrales en el análisis de series de tiempo. En el contexto paramétrico, las estimaciones asociadas a procesos ARMA y afines proveen métodos ejemplares para proponer directa o indirectamente estimaciones de la densidad espectral; en el contexto no paramétrico, este problema ha sido históricamente abordado por métodos de suavizado local del periodograma, o por métodos asociados a la representación armónica de estas funciones.

En esta charla nos proponemos, luego de una introducción somera sobre los métodos ya mencionados, presentar algunos resultados preliminares relativos al

alcance de la teoría no asintótica de estimación por mínimos cuadrados con datos dependientes para iluminar el alcance de una tercera clase de métodos poco explorados en la literatura: los métodos basados en la regresión cuadrática sobre del periodograma en un conjunto de frecuencias dado.

*Miércoles 2:00-2:40.*

### **PROPIEDADES DE MEZCLA DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS EN INTERACCIÓN DE CAMPO MEDIO**

FREDDY HERNANDEZ ROMERO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

MILTON JARA  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA Y APLICADA

Una de las cuestiones fundamentales en lo que suele denominarse teoría moderna de cadenas de Markov es, dado un umbral de distancia al equilibrio, cuánto tarda la cadena en situarse dentro de dicho umbral. En esta charla introduciremos brevemente este problema y mostraremos una estrategia analítica para abordarlo en el contexto de sistemas de partículas en interacción de campo medio.

*Miércoles 2:45-3:25.*

### **SIMETRÍAS DE SUPERFICIES DE TRASLACIÓN INFINITAS**

MAURO ARTIGIANI  
UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Una superficie es de tipo infinito si su grupo fundamental no está finitamente generado. En esta charla vamos a considerar el siguiente problema: dada una superficie de tipo infinito  $S$  y un grupo  $G$ , ¿cuándo el grupo se puede realizar como grupo de isometrías de una estructura de superficie de traslación  $M$  homeomorfa a  $S$ ? También daremos unas respuestas al problema de realizar un grupo como grupo de Veech. Nuestros métodos son inspirados en el trabajo reciente de Aougab, Patel y Vlamis para el caso de superficies hiperbólicas de tipo infinito. Esta es una colaboración con A. Randecker, C. Sadanand, F. Valdez y G. Weitze-Schmithüsen.

*Miércoles 2:00-2:40.*

### **CONSTRUCCIÓN DE INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA HOMOLOGÍA PERSISTENTE**

RAFAEL MELÉNDEZ SURMAY  
UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA

El análisis de datos topológicos (sus siglas en ingles TDA) es un campo reciente que surgió de varios trabajos en topología aplicada (algebraica) y geometría computacional durante la primera década de este siglo. El TDA se refiere a un conjunto de métodos para encontrar la estructura topológica en los datos. El TDA se ha utilizado para el análisis de proteínas, procesamiento de imágenes, análisis de texto, astronomía, química y datos espaciales, entre otros campos. Además, el TDA abarca un conjunto de herramientas para la visualización, exploración y análisis de datos que se basan en la topología, es un área de las matemáticas que estudia las nociones abstractas de forma y conectividad. Para

examinar las propiedades topológicas a partir de nubes de puntos y funciones se utiliza la homología persistente que consiste en identificar y cuantificar características topológicamente dominantes dentro de los datos en forma de objetos básicos (de baja dimensión) como componentes conectados, huecos, vacíos y sus generalizaciones. Este método implica rastrear el nacimiento y la muerte de las características topológicas a medida que varía un parámetro de ajuste. Las características con vidas cortas se consideran como “ruido topológico”. Este trabajo tiene como objetivo aplicar técnicas estadísticas para construir bandas de confianza en la homología persistente Bootstrap para diferenciar la señal topológica de un ruido topológico. Con este fin, simulamos varios escenarios a diferentes tamaños de muestra, radios y niveles de confianza con el fin de evaluar esta herramienta estadística para identificar nubes de puntos ruidosas. Para esto nos basamos en la aplicación del software R.

*Miércoles 2:45-3:25.*

### **CATEGORIFICACIÓN, EJEMPLOS Y REFLEXIONES**

EDDY PARIGUAN

*Jueves 2:00-2:40.*

### **EL PROFESOR JOSÉ FRANCISCO CAICEDO Y LA ECUACIÓN DE ONDA**

ALFONSO CASTRO

HARVEY MUDD COLLEGE

Se presentarán los principales aportes del Profesor Jose Francisco Caicedo a la teoría de ecuaciones de onda con no linealidad no monótona. La teoría desarrollada por el profesor Caicedo desde su tesis doctoral atiende a la necesidad de hallar soluciones a problemas no lineales donde no son aplicables métodos de compacidad como el teorema del punto fijo de Schauder ni de contracción o monotonía. El profesor Caicedo nos enseñó como usar las características del operador de onda para suplir estas poderosas técnicas.

*Jueves 2:00-2:40.*

### **SOCIAL JUSTICE MATH: A PRACTICAL REFLECTION FROM A LITERATURE REVIEW**

HERNANDO BAYONA-RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

CRYSTAL LANE

DAVID MILLER.

Education has been in crisis for several decades, but this crisis has deepened after the pandemic. This situation is due, in large part, because there is a disconnect between the world and the school. The school does not respond to social changes at the speed society demands. This article answers the question, What can we learn about Social Justice Math to inform professional development for teachers? For this purpose, we conduct literature reviews to discuss the different



definitions of what is understood by Social Justice Math or Teaching Mathematics for Social Justice (TMSJ), examine various experiences in implementing TMSJ and analyze some results on professional development strategies focused on TMSJ. The literature review allows us to conceptualize the problem described through the climate metaphor and, finally, gives us a clue to propose some recommendations summarized in three insights. We conclude that the crisis of education, particularly mathematics education, is closely related to the poor relationship of curricula and pedagogical practices with the realities of the schools' contexts.

*Jueves 2:45-3:25.*

## CLASES ASINTÓTICAS DE GRAFOS FINITOS

DARÍO GARCÍA

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

El concepto de *clases asintóticas de estructuras finitas* fue definido por Macpherson y Steinhorn en [3], y corresponde a clases de estructuras finitas que satisfacen ciertas restricciones en el tamaño de los conjuntos definibles. Entre los ejemplos más destacados de estas clases se encuentra la clase de campos finitos, la clase de grupos cíclicos, y los grafos de Paley. Estas clases de estructuras finitas atestiguan un fenómeno de transferencia interesante ya que sus ultraproductos son todos supersimples de SU-rango finito.

En los últimos años, S. Anscombe, D. Macpherson, C. Steinhorn y D. Wolf han venido estudiando (ver [1] y [4]) los conceptos más generales de *clases multidimensionales asintóticas* y *clases multidimensionales exactas* (**m.a.c's** y **m.e.c's** por sus siglas en inglés), que incluyen nuevos ejemplos como la clase de grupos abelianos finitos, la clase de espacios vectoriales finitos con formas bilineales, o la clase de grafos  $\mathcal{C}_d$  donde cada vértice tiene a lo sumo grado  $d$ .

Para estas clases también es posible dar resultados estructurales acerca de sus ultraproductos infinitos. Por ejemplo, ninguno satisface la propiedad estricta del orden y se tiene una descripción de la relación de *bifurcación* en términos de la *dimensión pseudofinita*, pero también se admite la presencia de algunos ultraproductos estables de SU-rango posiblemente infinito. (cf. [2])

En esta charla daremos un breve panorama sobre los conceptos de clases multidimensionales asintóticas y clases multidimensionales exactas, particularmente en familias de grafos finitos. Mostraremos varios ejemplos de naturaleza algebraica (como los ya mencionados), y también se darán diferentes ejemplos de familias de grafos finitos que son asintóticas 1-dimensionales (como el ejemplo de los grafos de Paley) y de familias de grafos finitos cuyos ultraproductos son estructuras estables de SU-rango infinito, como el *bosque siempre infinito*, o la estructura  $\mathcal{M}_\alpha$  obtenida por medio de la construcción ab-initio de Hrushovski.

[1] S. ANSCOMBE, D. MACPHERSON, C. STEINHORN, D. Multidimensional asymptotic classes and generalised measurable structures.

[2] D. GARCÍA, D. MACPHERSON, C. STEINHORN. Pseudofinite structures and

simplicity. *Journal of Mathematical Logic*, vol.15 (2015), no. 01, 1550002.

[3]D. MACPHERSON, C. STEINHORN. One-dimensional asymptotic classes of finite structures. *Transactions of the American Mathematical Society*. Vol. 360 (2008), no. 1, pp. 411–448.

[4]D. WOLF. *Multidimensional asymptotic classes of finite structures*. PhD. Thesis. University of Leeds., (2016).  
*Jueves 2:00-2:40.*

## Capítulo 3

# CURSILLOS

### **MODELACIÓN 2D Y 3D DE OBJETOS DE LA NATURALEZA USANDO ESRTRUCTURAS FRACTALES Y SUPERFRACTALES**

PUBLIO SUÁREZ SOTOMONTE  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

Se pretende contextualizar teóricamente desde la topología, la geometría, teoría de la medida y la teoría del caos, las estructuras de diversas clases de Fractales tipo Sistemas de Funciones Iteradas (IFS), que se emplean en la modelación de objetos de la naturaleza, trabajando aplicaciones informáticas de modelación en el ámbito de la computación gráfica. Se desarrollarán ejemplos de modelación de objetos naturales como flores, hojas, árboles, superficies fractales y ejemplos clásicos de fractales tipo IFS. Finalmente presentarán algunos resultados de investigación en Educación Matemática que han adoptado estas tendencias.

TEMAS:

1. DIVERSOS TIPOS DE FRACTALES IFS, FRACTAL PRINCIPAL Y SUPERFRACTALES.
2. ESPACIOS METRICOS, ESPACIOS MÉTRICOS Y METRICA DE HAUSDORFF.
3. TRANSFORMACIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO Y TRANSFORMACIONES AFINES.
4. EJEMPLOS DE FRACTALES CLASICOS, TRIÁNGULO, CURVA DE KOCH, ESPONJA DE MENGER Y CARPETA DE SIERPINSKI, ENTRE OTROS.
5. EL JUEGO DEL CAOS Y SUS VARIACIONES.
6. MODELACIÓN 2D Y 3D EN DIVERSAS APLICACIONES DE COMPUTACIÓN GRÁFICA.
7. DIMENSIÓN DE UN FRACTAL.
8. UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE FRACTALES.

[1] ALSINA, C; TRILLA, E. Lecciones de álgebra y Geometría, Curso para estudiantes de arquitectura. *Barcelona: Editorial Gustavo Gili S.A.* (1984).

[2] BARNSELY, M. Fractals everywhere. *San Diego: Academic Press.* (1980).

[3] BARNSELY, M; HUTCHINSON JOHN E; STENFLO O. Variable fractals and superfractals. *Canberra: Australian National University, Department of Mathematics.* (2003).

[4] BARNSELY, M. Superfractals: patterns of nature. Fractals everywhere. *New York: Cambridge University Press.*

[5] GUZMÁN M; OTROS. Estructuras fractales y sus aplicaciones. *Barcelona: Editorial Labor.* (1993).

[6] SABOGAL, S; ARENAS G. Una introducción a la geometría fractal. *Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.* (2008).

*Martes y miércoles 7:30-8:50.*

### **INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES-FUNCIONALES**

ARTURO SANJUÁN  
UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

*Martes y miércoles 7:30-8:50.*

### **UNA INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA GEOMÉTRICA DE GRUPOS**

LUIS JORGE SÁNCHEZ SALDAÑA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

El objetivo principal de este curso es dar una breve introducción a los conceptos básicos de la Teoría Geométrica de Grupos, esto es, el estudio de los grupos vía sus acciones en objetos geométricos o topológicos. Algunos de los tópicos que se cubrirán son: la métrica de las palabras, la gráfica de Cayley de un grupo, cuasi isometrías, el lema de Milnor-Schwartz y algunos ejemplos de invariantes cuasi isométricos.

*Martes y miércoles 7:30-8:50.*

### **INTRODUCCIÓN A JULIA**

JUAN CARLOS GALVIS  
UNIVERSIDAD NACIONAL

En este minicurso presentaremos una introducción rápida a Julia (<https://julialang.org/>) usando cuadernos de pluto. Presentaremos los tipos de datos básicos int y float con sus principales características y limitaciones. Presentaremos una introducción corta al procesamiento de imágenes y a la librería Plots. Código de classroom: hrdl2j7.

*Martes y miércoles 7:30-8:50.*

**UNA INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES L-DE ARTÍN VÍA  
EL TEOREMA DE PROGRESIONES DE DIRICHLET.**

GUILLERMO MANTILLA  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUÍA

Iniciaremos este curso revisando la visión de Euler de la prueba de infinitud de los primos, y su generalización hecha por Dirichlet. De allí veremos cómo interpolar estas ideas al desarrollo de las funciones L, y su relación con las representaciones de Galois.

*Martes a viernes 7:30-8:50.*

**RAZONAMIENTO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UN  
ENFOQUE DESDE EL PLURALISMO LÓGICO**

FRANCISCO VARGAS  
PhD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Tradicionalmente las prácticas educativas se han enfocado en la adopción de una única lógica como referente de razonamiento correcto y se han basado ampliamente en la correspondiente noción de “error de razonamiento”. En particular, en educación matemática, esto ha impedido comprender los obstáculos de tipo epistemológico que se presentan al razonar, deducir, y demostrar. El cursillo quiere mostrar algunos resultados de una serie de estudios (sobre silogismos, sobre la interpretación de enunciados matemáticos y sobre el pensamiento probabilístico) llevados a cabo con la idea de que los seres humanos utilizan diferentes tipos legítimos de razonamiento de forma contextual y que, por tanto, no cabe esperar que una única lógica (por ejemplo, la lógica clásica) dé cuenta de esta diversidad. Se destaca el papel crucial de la interpretación. En efecto, al razonar sobre matemáticas en un entorno educativo, los alumnos (y los profesores) pueden verse inmersos en un vaivén entre creer, dudar, dar sentido, dar argumentos, refutar y demostrar. Estos cambios de disposición implican a menudo cambios en las lógicas utilizadas. Esto sugiere que si esperamos como educadores la adopción de normas específicas (por ejemplo, la lógica clásica) y el desarrollo de habilidades de razonamiento por parte de los alumnos, necesitamos primero conocer bien cuál es el punto de partida en el que estos se encuentran, y que a menudo no es en absoluto arbitrario o ‘irracional’.

**Temas del cursillo:**

- Concepciones y uso de la(s) lógica(s) en matemáticas y educación.
- Panorámica de los estudios sobre razonamiento en educación matemática y sus supuestos lógicos y psicológicos.
- Un estudio sobre las interpretaciones de la implicación y la negación.
- Un estudio sobre razonamiento silogístico.
- El papel de los ejemplos y contraejemplos.
- Las situaciones comunicativas y su rol en el uso de distintas lógicas.
- Algunas conclusiones e indicaciones para la didáctica.

[1] VARGAS F., ACHOURIOTI, T., STENNING, K. Syllogistic dispute: a task to invoke 'naive' classical logical reasoning.

[2] VARGAS, F., MARTIGNON, L., STENNING, K. Bounded rationality: from fast and frugal heuristics to logic programming and back. *Mind & Society* (2023), 1-19.

[3] VARGAS, F. Intensional and extensional reasoning: Implications for Mathematics Education. *Ludwigsburg University of Education*. (2020).

[4] VARGAS, F., STENNING, K. Communication, goals, and counterexamples in syllogistic reasoning. *Frontiers in Education*. (2020),5(28).

[5] VARGAS, F., STENNING, K. Logical Reasoning beyond Classical Logic: An Illustration with Pythagoras Theorem. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. (2020), 15(1).

[6] , F., Benincasa, T., Cian, G., Martignon, L. Fostering Probabilistic Reasoning Away from Fallacies: Natural Information Formats and Interaction between School Levels. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. (2019), 14(2).

*Jueves y viernes 7:30-8:50.*

## INTRODUCCIÓN A LAS SUPERFICIES DE TRASLACIÓN INFINITAS

MAURO ARTIGIANI  
UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Las superficies de traslación son un objeto que se sitúa en la intersección entre geometría euclidiana, geometría algebraica y dinámica. La teoría ha tenido un éxito espectacular en los últimos 50 años en el caso de superficies compactas. Recientemente se ha empezado a estudiar los mismos objetos en superficies de tipo topológico infinito, es decir: cuyo grupo fundamental no esté finitamente generado. En este mini-curso vamos a dar una introducción a la superficies de traslación infinitas, enfocándonos en la dinámica y en ejemplos concretos.

Programa de máxima:

**Día 1:** Introducción, definiciones, ejemplos.

**Día 2:** La dinámica del wind-tree model resultados positivos y negativos.

**Día 3:** Superficies de traslación infinitas y grafos: conexión con los diagramas de Bratelli.

A tener 4 días se podría dar más profundidad al análisis del wind-tree y de sistemas parecidos.

*Jueves y viernes 7:30-8:50.*

## ESPACIOS MODULI Y CONDICIONES DE ESTABILIDAD

CRISTIAN MARTÍNEZ  
UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Ya han pasado un poco más de dos décadas desde que Bridgeland introdujo el concepto de condición de estabilidad. Esta nueva herramienta se ha convertido en una de las más usadas en el estudio de propiedades de espacios moduli de haces vectoriales sobre variedades proyectivas. Con aplicaciones que van desde teoremas de anulación para las cohomologías de un haz, pasando por el teorema de Brill-Noether y hasta algoritmos para correr el programa del modelo mínimo en espacios moduli, las condiciones de estabilidad de Bridgeland y su buen comportamiento en el cruce de muros nos han proporcionado nuevas maneras para atacar problemas clásicos en Geometría Algebraica.

Sin embargo, aunque la teoría de condiciones de estabilidad ha sido extensivamente estudiada en el caso de superficies complejas, incluso su existencia sobre variedades de dimensiones más altas es todavía un misterio en general y solo unos cuantos casos se conocen.

En esta minicurso, empezaré hablando de problemas de clasificación usando algunos ejemplos familiares, introduciré de manera informal los conceptos de condition de estabilidad y cruce de muros, y presentaré algunas aplicaciones al estudio de la geometría biracional de espacios moduli de haces coherentes en el caso de superficies complejas. Luego explicaré los principales obstáculos para generalizar estos resultados en dimension 3, algunos casos conocidos, estabilidad vertical y aplicaciones a la teoría parejas estables introducida por Pandharipande-Thomas.

*Jueves y viernes 7:30-8:50.*





## Capítulo 4

# PÓSTERS (Jueves 5:00-6:00.)

### PRUEBAS DE CONOCIMIENTO CERO: INTRODUCCIÓN Y APLICACIONES.

JOSÉ FORONDA  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

En este póster presentaremos la definición matemática de las Pruebas de Conocimiento Cero (ZKP) y mostraremos una implementación de estas pruebas utilizando técnicas de geometría algebraica. Además, se analizarán algunas de las aplicaciones de las pruebas de conocimiento cero.

### APLICACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL CONTROL DE TEXTITDIAPHORINA CITRI VÍA MANEJO INTEGRADO DE PLAGAS

ALEX RANGEL  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

CARMEN ALICIA RAMÍREZ BERNATE  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

La producción mundial de cítricos es superior a los 100 millones de toneladas anuales; es el grupo de frutales más cultivado en Colombia para el consumo interno, con una participación de 1'681,877 ton, y es el segundo en área cultivada después del banano. En el país, el cultivo de los cítricos posee 160,408 has plantadas, lo que equivale al 12% de la superficie nacional dedicada al cultivo de frutas, de las cuales el 46,8% se encuentran distribuidas en los departamentos de Caldas, Santander, Tolima, Antioquia y Cauca. Los cítricos, como todas las especies cultivadas, son susceptibles al ataque de insectos, ácaros, hongos, virus, bacterias y nematodos fitoparásitos que disminuyen la cantidad y calidad de las cosechas. El ataque de insectos al cultivo no radica únicamente en el daño directo que ocasiona, sino también en la capacidad que tienen de transmitir enfermedades de una planta a otra, resultando en pérdidas económicamente significativas, como es el caso del psílido asiático *Diaphorina citri* Kuwayama, una de las plagas más devastadoras que atacan el cultivo de los cítricos, por ser el vector de la bacteria *Candidatus liberibacter* que causa la enfermedad denominada Huanglongbing (HLB) o enverdecimiento de los cítricos. En este trabajo se

propone un modelo en EDO que describe la evolución temporal de las poblaciones de la plaga *D. citri* y su enemigo natural *Tamarixia radiata*, determinamos sus puntos de equilibrios y sus condiciones de estabilidad. Aplicamos al modelo una estrategia de Manejo Integrado de Plagas (MIP), que consiste en aplicar insecticidas y liberar enemigos naturales de la plaga, siempre que la densidad de la plaga supere un Umbral Económico (UE). Luego proponemos un modelo en EDP que analiza la dinámica en el espacio y en el tiempo de *D. citri* en la presencia de *T. radiata*, determinamos la aproximación numérica del modelo en un dominio cuadrado a partir del Método de Elementos finitos para la discretización de las variables espaciales, el Método de Crank Nicolson para la discretización de la variable temporal y un esquema del tipo predictor corrector para el tratamiento de las no linealidades. Simulamos diferentes escenarios numéricos, para finalmente proponer estrategias que ayuden a controlar esta plaga.

### **MODELO MATEMÁTICO PARA EL CONTROL BIOLÓGICO DE LA BROCA DEL CAFÉ *HYPOTHENEMUS HAMPEI* MEDIANTE DEPREDACIÓN POR HORMIGAS**

CARLOS ANDRES TRUJILLO-SALAZAR  
UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

GERARD OLIVAR-TOST  
UNIVERSIDAD DE AYSÉN (CHILE)

DEISSY MILENA SOTELO-CASTELBLANCO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

El cultivo de café es una importante actividad agrícola a nivel mundial y muy influyente en la economía de algunos países, como es el caso de Colombia, que ocupa el tercer puesto entre los países de mayor producción, después de Brasil y Vietnam. Desafortunadamente, tanto la cantidad como la calidad de los granos de café se ven gravemente afectadas por la broca del café *Hypothenemus hampei* (Ferrari) (Coleoptera: Scolytidae), un escarabajo del tamaño de la cabeza de un alfiler, que penetra los granos para alimentarse del endospermo y depositar sus huevos para desarrollar su ciclo de vida.

Una de las formas de contrarrestar a este escarabajo es mediante controladores biológicos, tales como las hormigas (Hymenoptera: Formicidae), algunas de las cuales se caracterizan por habitar de manera natural los cafetales y alimentarse de brocas en todos sus estados biológicos. Teniendo en cuenta lo anterior, se describe una interacción presa-depredador entre estos dos insectos, mediante un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias, donde las variables de estado corresponden a brocas adultas, brocas inmaduras y hormigas de una especie sin especificar que tenga dentro de sus hábitos alimenticios a la broca del café.

Para estudiar el sistema se determinan los puntos de equilibrio y su estabilidad es analizada mediante teoría cualitativa (Teorema de Hartman-Grobman) y teoría de bifurcaciones (Teorema de Sotomayor). Además, se hacen simulaciones numéricas para ilustrar los resultados de estabilidad. Finalmente, se establecen condiciones para la erradicación de la plaga mediante la acción del biocontrol

en combinación con otras acciones enfocadas en eliminar solo brocas adultas.

## **ANÁLISIS DE SEÑALES CARDIACAS USANDO TÉCNICAS MATEMÁTICAS**

JULIANA MUÑOZ GARIBELLO  
UNIVERSIDAD CENTRAL

NICOLAS GUILLERMO AVILAN VARGAS  
UNIVERSIDAD CENTRAL

A lo largo del tiempo, varias áreas de las matemáticas han desarrollado gran contenido teórico y práctico, permitiendo avances importantes en otros campos científicos. Uno de ellos y de gran interés, está enfocado en el estudio de señales temporales, aplicando conceptos fundamentales del Análisis de Fourier, Análisis de Wavelets y la Teoría del caos. Durante el recorrido académico se han aplicado estas teorías, utilizando el lenguaje de programación Python, con el fin de presentar nuevas herramientas para el diagnóstico clínico de señales médicas. En primera instancia, se analizó la periodicidad en electrocardiogramas (ECG) mediante el Análisis de Fourier; obteniendo como resultado la reconstrucción de gran parte de la información presente en las señales cardíacas, realizando la transformada inversa de Fourier a los picos más altos presentes en el espectro de frecuencias y mostrando que con una poca cantidad de datos, podemos adquirir la información más relevante presente en los componentes periódicos de la señal. Por otro lado, aplicando la teoría de Wavelets, se localizaron los complejos QRS de los ECG de una persona sana y dos que presentaban patologías que afectan el comportamiento de los latidos cardíacos, donde se obtuvieron como resultados la verificación de dichos diagnósticos comparando los complejos QRS encontrados en el ECG de la persona sana *Vs* los complejos localizados en los que presentaban patologías cardíacas. Actualmente, se está desarrollando un proyecto que tiene como objetivo estudiar el caos en electrocardiogramas, utilizando como una herramienta matemática la Entropía Aproximada (ApEn) de tal manera que pueda cuantificar la complejidad presente en señales temporales. Además, de interpretar aquel valor numérico junto a los diagramas de fase con el fin de determinar si la pérdida de complejidad, aparente desorden y caos, son una señal de que el paciente está presentando una patología cardíaca.

## **LA EVASIÓN FISCAL: UN DILEMA DE OPINIONES**

JENNIFER PATRICIA ORTIZ RAMOS  
UNIVERSIDAD CENTRAL

NICOLAS GUILLERMO AVILAN VARGAS  
UNIVERSIDAD CENTRAL

Durante la década de 1990, los físicos dirigieron su atención a la economía, y en particular a la economía financiera, dando lugar a la econofísica que es la ciencia que estudia y describe fenómenos en el área social de la economía financiera, utilizando modelos, teorías, métodos y conceptos de la física teórica. Se enfoca principalmente en aquellos fenómenos de naturaleza estocástica, por ejemplo el uso de la teoría de la percolación para explicar las fluctuaciones en

los mercados, la dinámica de las placas tectónicas para explicar las caídas en los mercados bursátiles, etc. En particular, para este proyecto, se modela la evasión fiscal. También conocida como evasión de impuestos, es una práctica ilegal en la que las personas naturales y jurídicas, conocidas como contribuyentes, intentan pagar menos impuestos de los que les corresponden. Ahora, el formalismo que utilizaremos para el desarrollo de este proyecto es un modelo de intercambio cinético de opiniones junto con el modelo del ferromagnetismo de Ising y se trabajarán a través de Python y Netlogo.

### **RUTAS INESPERADAS, ¿ES SIEMPRE LA LÍNEA RECTA EL CAMINO MÁS CORTO ENTRE DOS PUNTOS?**

JOSE JOAQUIN SABOGAL VARELA  
UNIVERSIDAD CENTRAL

NICOLAS AVILAN VARGAS, PHD.  
UNIVERSIDAD CENTRAL

En este proyecto, nos enfrentamos al desafío de calcular y proyectar las geodésicas del planeta Tierra sobre un plano. ¿Por qué es esto un desafío? Pues porque la Tierra es una esfera, y al representarla en un mapa plano siempre habrá algún tipo de distorsión o inexactitud debido a su inequivalencia topológica.

Sin embargo, es importante comprender que la necesidad de representar la Tierra en un plano es esencial en muchas áreas, desde la cartografía hasta la navegación aérea y marítima. Es por eso que existe un gran interés en desarrollar proyecciones cartográficas que permitan representar la Tierra de manera precisa y útil.

En este proyecto, utilizamos la proyección de Mercator para representar las geodésicas de la Tierra en un plano. Esta proyección fue desarrollada por el cartógrafo flamenco Gerardus Mercator en el siglo XVI y se basa en la idea de proyectar la Tierra sobre un cilindro. La principal ventaja de esta proyección es que conserva la forma y los ángulos de los continentes, lo que la hace muy útil para la navegación marítima.

Sin embargo, también es fundamental tener en cuenta que la proyección de Mercator tiene algunas limitaciones y distorsiones. Por ejemplo, las áreas cercanas a los polos aparecen exageradamente grandes.

A pesar de estas limitaciones, la proyección de Mercator sigue siendo muy utilizada y popular en todo el mundo, tanto en la navegación marítima como en la educación y en la vida cotidiana.

Para poder cumplir con el objetivo principal de nuestro proyecto, se profundiza en la teoría y el cálculo de las ecuaciones geodésicas sobre la superficie terrestre y el plano. Para resolver estas ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas, se emplean métodos numéricos en Python. Al realizar estos cálculos, se descubre que las geodésicas sobre la Tierra son círculos máximos que se ven gráficamente como una sección realizada a la Tierra mediante un plano que pase por su centro y la divida en dos hemisferios.

Este proyecto es importante porque el cálculo de las geodésicas es útil para determinar las rutas más cortas en la planificación de vuelos, viajes y la construcción de infraestructuras. Un claro ejemplo de la importancia de este último uso de las geodésicas se puede observar en el diseño de la mezquita de Washington, que generó polémica a nivel mundial debido a su orientación aparentemente

equivocada. En la arquitectura islámica, todas las mezquitas del mundo deben orientarse hacia la Meca, ciudad sagrada que se encuentra más al sur de Washington. Sin embargo, la mezquita en cuestión se encuentra orientada hacia el noroeste, lo que generó controversia y críticas por parte de la comunidad creyente.

### **ALEATORIEDAD EN UN MODELO MATEMÁTICO SUAVE A TRAMOS PARA UN MERCADO SIN STOCK**

OSCAR EMILIO MOLINA-DIAZ  
UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

GERARD OLIVAR-TOST  
UNIVERSIDAD DE AYSÉN

DEISSY MILENA SOTELO-CASTELBLANCO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE MANIZALES

En el presente trabajo se propone y analiza un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que describe la dinámica de un mercado sin *stock*. Se toman como variables de estado la oferta, la demanda y la capacidad de producción en desarrollo, definida en términos de una función de decisión de inversión, la cual a su vez depende del retorno esperado sobre la inversión o de la rentabilidad obtenida. Esta función de inversión toma tres valores diferentes en tres regiones específicas contenidas en el primer octante, las cuales están separadas por dos superficies de conmutación. El sistema propuesto presenta no linealidad y no suavidad por la naturaleza de las funciones que lo determinan, lo que hace que el sistema sea Piecewise Smooth (PWS) o suave a tramos. Luego, se estudia el comportamiento de los flujos del sistema en los planos de conmutación mediante análisis de filippov, determinando en dichos planos los puntos donde se presenta deslizamiento o cruce, así como el cálculo y análisis de los pseudo-equilibrios. Finalmente, se estudia el cambio de las decisiones de inversión en los puntos de las superficies de conmutación, incluyendo aleatoriedad mediante matrices de aversión al riesgo. Estas matrices tienen información de las probabilidades de cambio en los niveles de inversión.

### **SOBRE LA CONJETURA DE DE GIORGI EN DIMENSIONES BAJAS**

ALVARO JARAMILLO  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

El siguiente trabajo consiste en la presentación del origen y la evolución del problema propuesto por Ennio De Giorgi en su conjetura, resuelto en dimensiones bajas  $n < 8$ , particularmente en dimensiones  $n = 2$  y  $n = 3$ , además, se muestra el contra ejemplo presentado por el profesor Del pino, donde se evidencia que la conjetura no se cumple para todo  $\mathbb{R}^n$ , pero se tiene soluciones para dominios acotados  $\mathbb{R}^n$ , conjetura que aún sigue abierta para dimensiones  $n > 8$ . Finalmente, nos centramos en el estudio de las soluciones enteras, de la ecuación de Allen-Cahn.

**REALIZACIÓN DE GRUPOS DE AUTOMORFISMOS DEL SHIFT**

PAOLA RIVERA  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

SEBASTIAN BARBIERI  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

CRISTOBAL RIVAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

El grupo de automorfismos de un sistema (simbólico o dinámico) es un tema clásico y ampliamente estudiado en teoría ergódica. Al día de hoy aún quedan bastantes problemas antiguos con enunciados sencillos de entender, pero que los matemáticos no han podido demostrar. El intento de resolver dichas preguntas ha conllevado a entender y explorar otras alternativas, encontrar invariantes y descubrir traducciones de estos problemas por medio de equivalencias ya conocidas, dando saltos entre los shifts y el grupo de automorfismos. Hedlund en el año 1969, mostró que el grupo de automorfismos del full shift además de ser contable, contiene copias de todos los grupos finitos. Estos resultados fueron generalizados más tarde (1988) por Boyle, Lind y Rudolph para shifts de tipo finito, además mostraron que este grupo contiene copias de una rica variedad de subgrupos como el grupo libre en 2 generadores, la suma directa de copias contables de  $\mathbb{Z}$ , cualquier colección contable de grupos finitos, copias isomorfas de todos los grupos localmente finitos, entre otros. Mientras muchos grupos son conocidos por incrustarse en el grupo de automorfismos de un shift, poco se sabe, en comparación, acerca de las restricciones sobre aquellos que no pueden ser incrustados en  $\text{Aut}(\mathcal{X})$ . Sin embargo, descubrir grupos que no se incrusten en  $\text{Aut}(\mathcal{X})$  de manera general es un arduo trabajo.

En esta charla, intentaremos entender el artículo pionero en este tema, aquí se encontró una restricción algebraica para el grupo de automorfismos de cualquier subshift de entropía cero y con esto se dieron ejemplos de grupos no triviales que no se realizan en el grupo de automorfismos.

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE UNA MICRORRED DC AISLADA USANDO TEORÍA DE BIFURCACIONES**

ANDRES FELIPE CAMELO MUÑOZ  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

CARLOS ALBERTO RAMIREZ  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

OSCAR DANILO MONTTOYA GIRALDO  
UNIVERSIDAD DISTRITAL

Este estudio presenta un modelo de segundo orden que aproxima el comportamiento de una microrred DC operando en forma de isla. El objetivo principal es analizar la estabilidad del sistema y demostrar la presencia de una bifurcación tipo silla nodo y una bifurcación de Hopf para ciertas condiciones de operación del sistema. Esta característica se debe a la interacción entre los elementos no lineales del sistema, como las cargas activas y no lineales, y la topología de la



red. Los resultados del análisis de estabilidad muestran que la estabilidad del sistema depende de las condiciones de operación y puede ser inestable en ciertas situaciones, presentando órbitas periódicas. Los hallazgos de este estudio pueden ayudar en el diseño de estrategias de control más efectivas para mejorar la estabilidad de las microrredes DC aisladas en diferentes condiciones de operación, lo que es de gran importancia para el desarrollo de sistemas de energía renovable, sostenibles y confiables.

**CONTEXTUALIZACIÓN Y APLICACIÓN DE LA  
MATEMÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MEDIADO POR SOFTWARE GEOGEBRA EN LINEA EN  
ESTUDIANTES DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL INTERCULTURAL DE LA AMAZONIA,  
PUCALLPA**

MARIANO MAGDALENO MENDOZA CARLOS  
UNIVERSIDAD NACIONAL INTERCULTURAL DE LA AMAZONIA

RONALD MARLON LOZANO REATEGUI  
UNIVERSIDAD NACIONAL INTERCULTURAL DE LA AMAZONIA

ANGEL AMADO ROMERO CAHUANA  
UNIVERSIDAD NACIONAL INTERCULTURAL DE LA AMAZONIA

El estudio es resultado de la enseñanza aprendizaje de la matemática en tiempos del Covid-19 y postpandemia en la modalidad virtual con enfoque conectivismo, donde se incidió en la resolución de problemas con aplicación de concepto de derivada, optimización e integrales, mediado por el programa Geogebra en línea, permitiendo a los estudiantes de ingeniería de la carrera profesional Agroforestal Acuícola, familiarizarse en la comprensión y resolución del problema contextualizado. Luego contrastar su desarrollo analítico con la visualización dinámica del programa. Observándose satisfacción en un 94 % de los estudiantes participantes de diferente contexto, con su desarrollo analítico y uso del programa al dinamizar su presentación y contrastar su desarrollo algebraico. Estudio que se realizó con fines de mejora del desempeño, aplicación matemática, desarrollo del pensamiento computacional y transformación (modificación y redefinición). En la resolución de problemas en optimización se siguió la siguiente secuencia metodológica, usando las herramientas del programa Geogebra a través método gráfico.

- En la barra de entrada ingresamos las restricciones como una ecuación.
- Realizar las intersecciones de las rectas para determinar los vértices de la región factible.
- En la barra de entrada ingresar todas las inecuaciones como restricciones, para resaltar la región factible.
- En la barra de entrada ingresar la función máximo.
- Verificar en la función máximo, cada vértice para determinar la solución óptima.

- Generalizando, con la función máximo lista se determina la solución óptima  $a = \text{máx}(f \text{ máx}(M), f \text{ máx}(N), f \text{ máx}(P), \dots, f \text{ máx}(Q))$

En la aplicación de la derivada a problemas de optimización: los estudiantes determinaron la función modelo matemático precisando los conceptos y teoremas a utilizar; realizaron la notación figural con los datos identificados en el problema y la interrogante a resolver; luego realizaron el desarrollo algebraico precisando los puntos críticos, monotonía y extremos relativos; representación gráfica visualizando los valores mínimos y máximo; y justificación de su respuesta. Observándose satisfacción al contrastar su respuesta con el uso del Geogebra. El estudio coincide con otras experiencias realizadas, entre ellos tenemos a Arini y Dewi (2019) quien concluye que el programa Geogebra ayuda superar su comprensión. Asimismo Verhoef et al. (2015) termina indicando que permite la visualización gráfica. Experiencias que nos permite concluir que la mediación del programa GeoGebra influye de manera significativa en el aprendizaje de los estudiantes al resolver problemas de optimización del contexto con variables relacionadas con la agricultura, pesca y forestal. Observándose diferencias significativas en su desempeño entre las medias del examen diagnóstico y examen final. Experiencia que permitirá el uso de otros softwares en línea, para dinamizar el aprendizaje, como el caso Python, con uso del google colab.

### ESTUDIO DE ALGUNAS DPS A TRAVÉS DE LOS ESPACIOS DE SOBOLEV FRACCIONARIO

WILSON ENRIQUE MURILLO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

La propuesta para la ponencia es analizar una solución admisible para el problema de evolución dado por:

$$\begin{cases} u_t + (-\Delta)^{\sigma/2}u = h(x, t) & \text{en } \Omega, t > 0, \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, t > 0, \\ u(x, 0) = f(x) & \text{sobre } x \in \Omega, t = 0. \end{cases}$$

donde  $0 < \sigma < 2$ ,  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ ,  $f \in L^1(\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$  y  $(-\Delta)^{\sigma/2}$  es el Laplaciano fraccionario.

Usando la fórmula de Duhamel, el problema tiene una solución explícita dada por la representación de Green

$$u(x, t) = \int_{\Omega} f(y)G(x, y, t)dy + \int_0^t \int_{\Omega} h(y, s)G(x, y, t - s)dyds$$

donde  $G(x, y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x)\varphi_j(y)e^{-\lambda_j^{\sigma/2}t}$ .

Se puede verificar que la solución de la segunda ecuación dada por la fórmula de Duhamel no necesariamente es una solución fuerte del primer problema. Consecuentemente, en la presentación se exhibirá una solución más general que resuelve el problema 1. La solución es el límite uniforme de soluciones de problemas discretizados dados por el esquema implícito de Euler. Además, el método utilizado para resolver el primer problema puede ser utilizado para analizar el siguiente problema:

$$\begin{cases} u_t + (-\Delta)^{\sigma/2}u + B(u) = h(x, t) & \text{en } \Omega, t > 0. \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, t > 0, \\ u(x, 0) = f(x) & \text{sobre } x \in \Omega, t = 0. \end{cases}$$

donde  $B$  es un operador acrectivo continuo en un cierto espacio de Banach.

### **CW COMPLEJOS Y GRUPO FUNDAMENTAL**

YUHAD OLARTE IBRAHIM  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Dentro de la Topología Algebraica, en particular la Teoría de Homotopía, existe un concepto central que es el de  $CW$ -complejo. El objetivo del presente póster es introducir este concepto, definiciones y teoremas básicos (homotopía, grupo fundamental, Teorema de Van Kampen, . . .) ejemplos y algunas aplicaciones de la teoría a  $CW$ -complejos.

### **DIFERENCIABILIDAD Y TEOREMA DE LA FUNCIÓN INVERSA SOBRE EL ESPACIO $\mathbb{Q}_p^N$**

MATEO MARTIN VASQUEZ  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Se pretende hacer un rápido recorrido por todas las principales propiedades topológicas y algebraicas del espacio  $\mathbb{Q}_p^n$ ; también se desea mostrar cómo es el comportamiento de las funciones sobre este espacio ultramétrico. Específicamente, se presentará una versión del teorema de la función inversa para funciones estrictamente diferenciables, la cuál corresponde a una familia de funciones diferenciables, que en el caso real corresponde a la clase de funciones continuamente diferenciables. Asimismo, serán presentados ejemplos y discusiones acerca de esta problemática.

### **UNA INTRODUCCIÓN, RÁPIDA Y SIMPLE, A LA HOMOLOGÍA PERSISTENTE**

JUAN MANUEL CASTRO CARMONA  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

En este póster, presentaremos la construcción de grupos de homología persistente para espacios topológicos triangulables. Si bien los grupos de homología persistente se pueden construir para cualquier espacio topológico, el proceso en muchas aplicaciones se reduce al caso de espacios triangulables. Por lo tanto, nos enfocaremos en estos espacios, que son más manejables desde el punto de vista computacional.

Nuestro objetivo es mostrar cómo se comportan las homología simpliciales mediante filtraciones en los espacios triangulables y cómo se pueden calcular. Para lograrlo, presentaremos varios ejemplos concretos que ilustran las propiedades de los grupos de homología persistente y discutiremos las implicaciones de estos resultados en la comprensión de la topología de estos espacios.

**SOBRE UNA PERTURBACIÓN DISPERSIVA DE QUINTO  
ORDEN DE LA ECUACIÓN DE BENJAMIN**IVAN FELIPE SALAMANCA MEDINA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁDIEGO FERNANDO CORREA CASTANEDA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁRICARDO ARIEL PASTRÁN RAMIREZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ

El propósito de este póster es presentar uno de los resultados que se han obtenido por miembros del *Semillero de Análisis Armónico y Ecuaciones Diferenciales Parciales*, del Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, referentes al buen planteamiento local y global, en  $L^2(\mathbb{R})$ , del problema de valor inicial asociado a la ecuación

$$\partial_t u + \partial_x^5 u - \partial_x^3 u + \mathcal{H}\partial_x^2 u + u\partial_x u = 0,$$

donde  $\mathcal{H}$  representa la transformada de Hilbert, definida mediante la transformada de Fourier como  $\widehat{\mathcal{H}\varphi}(\xi) = -i \operatorname{sgn}(\xi) \widehat{\varphi}(\xi)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ , para todo  $\varphi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ . Esta ecuación se puede considerar como una perturbación dispersiva de quinto orden de la ecuación de Benjamin y apareció en un trabajo de Gleason, Hammerton, Papageorgiou y Vanden-Broeck en el que estudian fenómenos de electrohidrodinámica, en 2007. La técnica que se usó para obtener estos resultados fue la usada por Kenig, Ponce, Vega y Bourgain en el estudio del problema de valor inicial asociado a la ecuación Korteweg-de Vries.

**CÓDIGOS CÍCLICOS LRC-LCD**YISETH KARINA RODRIGUEZ CACERES  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Actualmente, vivimos en la era de la información, por lo cual garantizar la confiabilidad y privacidad de los datos es uno de los retos más importantes. En vista de que cuando se transmite información por medios analógicos existe la probabilidad de que se cometa algún error debido a la presencia de ruido o interferencia en el canal, razón por la cual lo deseado es que cuando se transmite un mensaje a través de un canal, el receptor reciba el mismo mensaje que fue enviado por el emisor, o en caso contrario poder determinar si hubo alguna alteración en la información y si es posible, llegar a corregirlo. Es aquí donde entra la teoría de códigos y lo que se conoce como códigos correctores de errores, ya que este tipo de códigos consiste en incluir en el mensaje información suficiente que le permita al receptor concluir el mensaje que se transmitió, permitiéndole corregir un número limitado de errores. Los códigos correctores de errores fueron introducidos a mediados del siglo pasado, y la familia más representativa por su estructura algebraica son los códigos cíclicos, estos códigos son códigos lineales (subespacios vectoriales sobre un cuerpo finito) en el que cada cambio cíclico de una palabra código es de nuevo una palabra del código. Sin embargo, este no es el único problema que se presenta en la transmisión de

información digital, si bien estos códigos fueron diseñados inicialmente con el objetivo de detectar y corregir errores en la transmisión de datos, la sociedad de la información presenta otra serie de problemas cuya solución se ha encontrado en el uso de códigos correctores de errores, como por ejemplo el almacenamiento distribuido (utilizados para el almacenamiento en la nube), privacidad de datos sensibles (utilizados para enmascaramiento de datos y computo multiparte) y criptografía postcuántica (protocolo criptográfico McElice).

Existe una amplia cantidad de empresas tecnológicas y de medios de comunicación que requieren almacenar grandes cantidades de datos, de tal manera que exista algún mecanismo que permita evitar la pérdida de información. Cuando ocurre un fallo de nodo, es necesario recuperar rápidamente la información para los usuarios. Los códigos localmente recuperables (LRC) se introducen motivados por el uso de la teoría de códigos aplicada a los sistemas de almacenamiento distribuido o almacenamiento en la nube, para solucionar este problema. Estos códigos permiten la rápida recuperación de información, aumentan la eficacia y confiabilidad del sistema, y reparan nodos de almacenamiento fallidos utilizando un pequeño número de nodos.

Por otro lado, un código lineal  $q$ -ario  $C$ , se denomina código lineal dual complementario (LCD) si cumple que la intersección del código  $C$  con su código dual  $C^\perp$  da como resultado  $\{0\}$ , fueron introducidos por Massey , y caracterizados por Yang y Massey. Estos códigos son empleados en enmascaramiento de datos para proteger información sensible, ya que mejoran la seguridad de información, por esta razón numerosos académicos se dedican al estudio de propiedades y construcciones de los códigos LCD. Por otra parte, Carlet y Guilley demostraron recientemente que los códigos lineales duales complementarios son útiles contra ataques y fallos de canal, y construyeron códigos LCD cíclicos con ciertas características que se pueden usar contra la fuga y la corrupción de información.

Por lo tanto, los códigos que son LRC y LCD denominados códigos LRC-LCD para los sistemas de almacenamiento de datos tienen mayor utilidad, ya que ofrecen soluciones para los dos problemas mencionados anteriormente (privacidad y almacenamiento distribuido) al mismo tiempo.

El propósito de este póster es exponer de manera clara y concisa información relevante, características y resultados significativos acerca de los códigos cíclicos LRC-LCD.

### **SOME REMARKS ON THE CORRESPONDENCE BETWEEN PRIME SPECTRUMS OF NON-COMMUTATIVE RINGS**

ANDRÉS VARGAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En este poster se plantea como la clásica correspondencia de tipo funtorial que se tiene entre anillos conmutativos y sus espectros primos falla cuando se consideran anillos no conmutativos. Además, se identificará algunos casos donde una correspondencia debilitada se puede dar en el caso no conmutativo. Esto expresando la correspondencia en término de funtores adjuntos.

**SOBRE LOS CRITERIOS DE CONVERGENCIA DE RAABE Y JAMET**KEVIN A. ZULUAGA SIERRA  
UNIVERSIDAD NACIONAL SEDE MEDELLIN

En análisis matemático disponemos de numerosos criterios para determinar la convergencia de series  $\sum a_n$  de números reales positivos. Por ejemplo, contamos con criterios de la raíz y de D'Alembert que se basan en comparar la serie original con una geométrica. Más aún, se cumple la relación

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

En este sentido, concluimos que el criterio de la raíz es más robusto que el criterio del cociente.

El objetivo del póster es demostrar una relación análoga para otro par de criterios debidos a Raabe y Jamet, respectivamente. Este último compara la serie de términos positivos con  $p$ -series a través de los límites superiores e inferiores de  $-\ln(a_n)/\ln(n)$ , ver. Por otra parte, el criterio de Raabe es útil cuando el criterio del cociente falla. En general, veremos que si  $a_{n+1}/a_n \rightarrow 1$ , entonces

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} n \cdot \ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} -\frac{\ln(a_n)}{\ln(n)} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} -\frac{\ln(a_n)}{\ln(n)} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} n \cdot \ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right).$$

Explicaremos como estas desigualdades implican que criterio de Raabe es más robusto que el de Jamet y daremos algunos ejemplos de la efectividad de estos criterios.

**MEDIDAS INVARIANTES PARA SUBSHIFTS DE TOEPLITZ SOBRE GRUPOS NO PROMEDIABLES**JAIME ANDRES GÓMEZ ORTIZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILEPAULINA CECCHI  
UNIVERSIDAD DE CHILEMARIA ISABEL CORTEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Sea  $G$  un grupo residualmente finito y  $\overleftarrow{G}$  un  $G$ -odómetro libre. En esta charla se darán construcciones explícitas de  $G$ -subshifts de Toeplitz sobre  $G$  de tal manera que  $\overleftarrow{G}$  sea su factor maximal equicontinuo y, sea unicamente ergódico o posea al menos  $r$  medidas ergódicas. Esta construcción se realiza de forma general, sin la suposición de la promediabilidad del grupo  $G$ . A lo largo de la charla se señalarán las obstrucciones y diferencias que surgen cuando  $G$  es promediable y cuando no lo es.

**IMPACTO DE ALIMENTO ALTERNATIVO EN LA DIETA DEL DEPREDADOR EN UN MODELO DE LESLIE-GOWER CON REFUGIO DE PRESA Y RESPUESTA FUNCIONAL HOLLING II**

JUAN SEBASTIAN SALAS GARCIA  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

CHRISTIAN CORTES GARCIA  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

JASMIDT VERA CUENCA  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Dado que algunas presas se esconden del depredador para preservarse en el hábitat, los depredadores se ven forzados a cambiar su dieta debido a la falta de presas para el consumo, o, por el contrario, subsisten solo con el alimento alternativo proporcionado en el entorno. Por ello, en este trabajo proponemos, y contrastamos matemáticamente, un modelo Leslie-Gower depredador-presa en el que se considera o no alimento alternativo para los depredadores cuando el tamaño de la población de presas es superior al tamaño umbral de refugio. Dado que el modelo sin alimento alternativo para los depredadores por encima del tamaño umbral del refugio de presas presenta una bifurcación de Hopf y una bifurcación transcítica, además de un ciclo límite estable en torno al equilibrio interior único, tales casos de bifurcación se trasladan al modelo cuando se considera alimento alternativo para los depredadores cuando el tamaño de la presa está por encima del refugio. Sin embargo, dicho modelo también presenta dos bifurcaciones de nodo de silla de montar y una bifurcación homoclínica, caracterizada por una curva homoclínica que rodea uno de los tres puntos de equilibrio interior del modelo.

### GLOBAL LIPSCHITZ CONTINUOUS SOLUTIONS FOR A P-SYSTEM WITH LINEAR DAMPING

JOSÉ DAVID BELTRÁN LIZARAZO  
THE UNIVERSITY OF IOWA

LEONARDO RENDÓN ARBELAEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

In this proposal we prove the existence of a global Lipschitz-continuous solution for the Cauchy problem associated to a linearly damped p-system of the form

$$\begin{cases} v_t - u_x = 0 & (x, t) \in \mathbb{R} \times (0, \infty) \\ u_t + p(v)_x = -\alpha u, \end{cases}$$

where  $p$  is a smooth function in  $(b, \infty)$  for  $b > 0$  that satisfies,

$$p'(v) < 0, p''(v) > 0, \lim_{x \rightarrow b^+} p(v) = \infty.$$

With bounded and measurable initial data

$$(v(x, 0), u(x, 0)) = (v_0(x), u_0(x))$$

and  $v_0(x) \geq \delta > 0$ .

Systems of this form are usually used as models for the dynamics of compressible gases through porous media, where  $v$  denotes the specific volume of the gas,

$u$  denotes its velocity and  $p$  its pressure.

We face this problem through a variant of the well-known vanishing viscosity method; first, with the aid of Riemann Invariants globally defined for the system, we transform the problem into a diagonal quasi-linear form:

$$\begin{cases} r_t + \lambda r_x = -\alpha \left( \frac{r+s}{2} \right), \\ s_t + \mu s_x = -\alpha \left( \frac{r+s}{2} \right). \end{cases}$$

with initial data

$$(r(x, 0), s(x, 0)) = (r_0(x), s_0(x)).$$

Then, we consider parabolic perturbations of this system of the form

$$\begin{cases} r_t + \lambda r_x = \epsilon r_{xx} - \alpha \left( \frac{r+s}{2} \right) \\ s_t + \mu s_x = \epsilon s_{xx} - \alpha \left( \frac{r+s}{2} \right) \end{cases}$$

The local existence of smooth solutions for the above problem is obtained using tools from the theory of parabolic equations and additional a priori estimates over the solution allow us to extend these solutions globally.

Once we have obtained a sequence of solutions  $\{w^\epsilon\}$  (with  $w^\epsilon = (v^\epsilon, u^\epsilon)$ ) we study the behaviour of  $w^\epsilon$  when  $\epsilon \rightarrow 0$ . The theory of compensated compactness, and its application to strictly hyperbolic systems support us to find a subsequence  $\{w^\epsilon\}$  that converges in the weak  $\star$  topology of  $L^\infty(\mathbb{R} \times [0, \infty))$  to a weak solution of the original problem;

$$w^\epsilon \xrightarrow{\star} w.$$

Finally, additional uniform estimates over the space and time derivatives of our sequence of solutions lead us to show that the sequence  $\{w^\epsilon\}$  is actually contained in a Sobolev space  $W^{1,\infty}(\mathbb{R} \times (0, T))$  for a finite time  $T$ . This, together with the classical embedding theorems, prove that the sequence converges uniformly on bounded sets to a pair of functions  $(v, u)$  that are a weak global Lipschitz continuous solution of the original problem.

### ¿ACASO LOS MÓDULOS PROYECTIVOS SON LIBRES? ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE EL PROBLEMA DE SERRE

JULIAN ANDRES MONTENEGRO PARRA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

En 1955, Jean Pierre Serre formuló en su artículo “Faisceaux algébriques cohérents” (FAC, ca. 1955), lo que hoy en día se conoce como “El Problema de Serre”, el cual preguntaba si los módulos proyectivos finitamente generados sobre un anillo de polinomios en varias variables con coeficientes en un cuerpo, son libres. La respuesta positiva a este problema fue presentada por D. Quillen y A. Suslin de manera independiente. El propósito de este póster es socializar algunos de los hechos más importantes, desde el punto de vista algebraico, en la solución del problema de Serre, así como su formulación en estructuras algebraicas más generales.



**ESTUDIO DE UN MÉTODO DE ESTIMACIÓN DE  
PARÁMETROS PARA UN MODELO DE TUBERCULOSIS CON  
DATOS DE TRATADOS EN LA CIUDAD DE CALI**

JOHAN SEBASTIAN LEAL TORO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

HELIANA ARIAS CASTRO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

EDWIN BARRIOS RIVERA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Uno de los tantos problemas de salud pública es constituido por la Tuberculosis (TB). Según información de la Organización Panamericana de Salud (OPS), la Tuberculosis es una enfermedad infecciosa que suele afectar los pulmones entre otras partes del cuerpo. Esta enfermedad puede desarrollarse (tuberculosis activa) o no (tuberculosis latente) dependiendo del sistema inmune de cada persona y es causada por una bacteria llamada *Mycobacterium tuberculosis* y puede transmitirse de persona a persona a través del aire.

En el artículo “*A synthesized model of tuberculosis transmission featuring treatment abandonment*”, se considera el tratamiento de la enfermedad y se divide la población en un tiempo determinado en cuatro grupos: susceptibles, latentes, infecciosos y tratados, cada uno de estos grupos con características distintas. Al realizar este tipo de división y plantear el modelo en ecuaciones diferenciales ordinarias se emplean ciertos parámetros como lo son la tasa de transmisión, tasa de muerte por la enfermedad o tasa de infecciosidad y, la estimación de estos valores, como en cualquier otro modelo biológico, resulta importante para poder analizar la dinámica de la enfermedad en una cierta población.

La idea principal de esta charla es mediante un método de estimación de parámetros, llevar a cabo un ajuste con datos de personas en tratamiento en la ciudad de Santiago de Cali, utilizando el modelo planteado que permita analizar la dinámica de la enfermedad de tuberculosis en la ciudad.

**CONSTANTE DE CUANTIZACIÓN PARA RETÍCULOS  
EUCLIDEANOS DE TIPO I EN DIMENSIÓN 5**

DANIEL STIVEN TOVAR PASTRANA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

JUAM MIGUEL VELASQUEZ  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Un retículo euclidiano es un arreglo regular de puntos en  $\mathbb{R}^n$  formado por todas las combinaciones lineales enteras de a lo más  $n$  vectores linealmente independientes. Varios problemas relacionados con retículos buscan encontrar el mejor para un fin determinado, tal es el caso del empaquetamiento de esferas, del cubrimiento con esferas o el problema del retículo cuantizador óptimo, este último consiste en encontrar un retículo en  $\mathbb{R}^n$ , tal que minimice el error cuadrático medio generado al identificar cada punto de  $\mathbb{R}^n$  con el punto del retículo que le es más cercano, a este proceso se le llama cuantización. En definitiva, lo que se busca es minimizar el segundo momento normalizado de un determinado

Politopo. En este poster exploraremos el problema del cuantizador óptimo para una clase especial de retículos en dimensión 5, los llamados retículos de tipo I.

### COMPORTAMIENTO ASINTÓTICO DEL NÚMERO DE FROBENIUS PARA SEMIGRUPOS NUMÉRICOS GENERADOS POR SUMAS DE POTENCIAS $K$ -ÉSIMAS

JAIDER TERAN MELENDEZ  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Sea  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  el conjunto de los números naturales. Un subconjunto no vacío  $S$  de  $\mathbb{N}$  es un *semigrupo numérico* si  $S$  es cerrado bajo la suma,  $0 \in S$  y  $\mathbb{N} \setminus S$  es un conjunto finito. Una de las invariantes más importantes asociadas a un semigrupo numérico es el *número de Frobenius*, que se define como el mayor entero positivo que no pertenece a  $S$ .

Dada una sucesión de enteros no negativos  $(x_n)_{n \geq 1}$  se puede asociar a esta una familia de submonoides de  $\mathbb{N}$ ,  $S_n$ , con  $n \geq 1$ , mediante

$$S_n = \langle x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k}, \dots \rangle$$

( $S$  es submonoides de  $\mathbb{N}$  si es cerrado bajo la suma y  $0 \in S$ , y podemos obtener un semigrupo numérico a partir de un submonoides  $S$  dividiendo todos sus elementos por el  $\text{mcd}(S)$ ). En trabajos recientes se ha estudiado el problema de Frobenius para los semigrupos numéricos asociados a sucesiones particulares de enteros. Ahora, consideremos la sucesión de números naturales  $(x_n)_{n \geq 1}$ , definida por  $x_n = n^k$ , donde  $k$  es un entero positivo fijo. A esta sucesión le asociamos una familia de semigrupos numéricos  $\{S_n\}_{n \geq 1}$  definida por,

$$S_n = \langle x_{n+j} = (n+j)^k \mid j \in \mathbb{N} \rangle = \langle n^k, (n+1)^k, (n+2)^k, \dots \rangle.$$

Teniendo en cuenta lo anterior, en esta investigación nos interesa estudiar las familias de semigrupos generados por colas de sucesiones de la forma  $x_n = n^k$ , donde  $k$  es un número natural fijo mayor o igual que dos. Nuestro principal interés será hallar fórmulas o algoritmos explícitos (o dado el caso, dar estimaciones asintóticas) para el número de Frobenius y sus invariantes.

### ESPACIOS DE BRUHAT-SCHWARTZ Y TEOREMA DE REPRESENTACIÓN DE BRUHAT-SCHWARTZ $p$ -ÁDICO

RUBEN HERNANDEZ HURTADO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

En este póster explicaremos los espacios de Schwartz, usualmente denotados por  $S(\mathbb{R}^n)$  y que, en esencia, son subconjuntos del espacio de funciones  $C^\infty(\mathbb{R}^n)$  que tienen un rápido decaimiento en el infinito. También explicaremos los análogos naturales de estos espacios en el caso  $p$ -ádico que suelen llamarse espacios de Bruhat-Schwartz  $p$ -ádicos, denotados por  $D_N^l(\mathbb{Q}_p^n)$  y que, grosso modo, son subconjuntos del espacio de funciones  $\varepsilon(\mathbb{Q}_p^n)$  que tienen un rápido decaimiento  $p$ -ádico. Finalmente, abordaremos el teorema de representación de Schwartz  $p$ -ádico, que establece que cualquier función-test en  $D_N^l(\mathbb{Q}_p^n)$  puede ser representada como una suma de funciones características (localmente constantes) salvo

constantes definidas en  $\mathbb{Q}_p^n$ . Este teorema es fundamental en la teoría de distribuciones  $p$ -ádicas y tiene importantes aplicaciones en la física teórica, ambos temas serán abordados en esta presentación.

### SOBRE LA GEOMETRÍA PROYECTIVA NO CONMUTATIVA DE ALGUNAS ÁLGEBRAS CUANTIZADAS

JOSE SEBASTIAN NARANJO SPADAFORA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ

La geometría algebraica proyectiva no conmutativa nació como una generalización del caso conmutativo a raíz del trabajo de Artin, Tate y Van Den Bergh, el cual tuvo como fin clasificar álgebras Artin-Schelter regulares de dimensión tres. Actualmente, esta geometría en el ámbito no conmutativo comprende técnicas y herramientas con variadas aplicaciones en diversas áreas de la matemática. Debido a su interés en la comunidad especializada, en esta charla se presentarán algunas caracterizaciones geométricas proyectivas para ciertas familias de álgebras cuantizadas, como lo son el plano cuántico, el plano de Jordan, y la familia de álgebras de polinomios torcidos 3-dimensionales.

### SEMIGRUPOS NUMÉRICOS GENERADOS POR COLAS DE LA SUCESIÓN $1 + 2A + 3A^2 + \dots + NA^{N-1}$

ISMAEL EMIRO NEGRATE VEGA  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Inicialmente, entenderemos por un submonoide del conjunto de los números naturales  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ , a un subconjunto  $M$  que contiene al cero y es cerrado bajo la suma. Un *semigrupo numérico*  $S$  es un submonoide de  $\mathbb{N}$  cuyo complemento es finito. De lo anterior podemos notar que el conjunto de los números naturales es de hecho un semigrupo numérico.

Para un subconjunto  $A$  no vacío de los naturales, se define el *submonoide generado* por  $A$  como

$$\langle A \rangle = \{ \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_n a_n : n \in \mathbb{N}, \lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{N} \text{ y } a_1, \dots, a_n \in A \}.$$

Un resultado importante relacionado a esto es que  $\langle A \rangle$  es un semigrupo numérico si y solo si,  $\text{mcd}(A) = 1$ . El *número de Frobenius* de un semigrupo numérico  $S$  es el mayor entero que no pertenece a  $S$  y se denota por  $F(S)$ . En trabajos recientes se ha estudiado este problema de Frobenius para los semigrupos numéricos asociados a sucesiones particulares de enteros en la mayoría de estos casos las sucesiones que generan el semigrupo numérico cumplen una relación de recurrencia lineal.

En nuestro caso queremos trabajar con los semigrupos numéricos generados por las colas de la sucesión

$$x_n = 1 + 2a + 3a^2 + \dots + na^{n-1},$$

donde  $a \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ . Cabe notar que esta sucesión no cumple una relación de recurrencia lineal. Entre los autores que han estudiado semigrupos numéricos que son generados por una sucesión que no cumple una relación de recurrencia lineal

están Moscariello y Megan, aunque vale aclarar que las sucesiones trabajadas por ellos tienen una estructura diferente a la de nuestro interés. El objetivo es determinar fórmulas para el número de Frobenius y otras invariantes de estos semigrupos numéricos.

**PROBLEMA DE FROBENIUS PARA SEMIGRUPOS  
NUMÉRICOS GENERADOS POR UNA SUCESIÓN QUE  
SATISFACE UNA RELACIÓN DE RECURRENCIA LINEAL  
HOMOGÉNEA**

DEISY DEL CARMEN MIELES RIVERO  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

El estudio del problema de Frobenius para semigrupos numéricos asociados a sucesiones particulares de enteros, se ha venido evidenciando en trabajos recientes como The Frobenius problem for Mersenne numerical semigroups, The Frobenius problem for repunit numerical semigroups, entre otros. En este trabajo estudiamos el problema de Frobenius para la familia de semigrupos numéricos asociada a una sucesión  $(x_n)_{n \geq 1}$  de enteros no negativos que satisface una recurrencia lineal homogénea de orden  $k$ , es decir, existen  $a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathbb{Z}$ , tales que se cumple

$$x_{n+k} = a_1 x_{n+k-1} + a_2 x_{n+k-2} + \dots + a_k x_n,$$

para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$ . El objetivo es determinar fórmulas para el número de Frobenius y otras invariantes de estos semigrupos numéricos.

**COMPARACIÓN DE MÉTODOS PONDERADOS DE BAJO  
RANGO PARA IMPUTACIÓN SOBRE BILOT EN MATRICES  
GENOTIPO-AMBIENTE**

SERGIO EDUARDO CALVO MAZUERA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

En agronomía, el análisis de la interacción genotipo-ambiente (GEI) es importante para fitomejoramiento. Modelos como el análisis de interacción multiplicativa y efectos principales aditivos (AMMI), permiten el estudio de la interacción genotipo-ambiente por medio del uso de análisis de varianza (ANOVA) y la descomposición en valor singular. El modelo AMMI admite una visualización en el plano de la GEI mediante un biplot cuando se toman dos componentes principales. Sin embargo, un biplot no puede ser elaborado cuando hay información incompleta, el cual es un problema común en agronomía. Existen varios caminos para dar solución a este problema:

1. Trabajar con subconjuntos completos de la matriz original (remover filas o columnas con entradas faltantes);
2. Utilizar métodos de análisis que permiten trabajar con valores faltantes como los modelos lineales mixtos y modelos multiplicativos mixtos;
3. Modificar metodologías de análisis existentes para incorporar los valores faltantes;

4. Aplicar una técnica de imputación para completar las entradas faltantes con valores plausibles.

**DERIVADA DEL OPERADOR GENERALIZADO DE HILBERT  
ACTUANDO SOBRE ESPACIOS TIPO BLOCH**

MIGUEL ANGEL SANCHEZ ORDOÑEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

Sea  $\mu$  una medida de Borel positiva definida sobre el intervalo  $[0, 1)$  y sea  $\mu_n = \int_{[0,1)} t^n d\mu(t)$ , con  $n = 0, 1, 2, \dots$ , el momento de orden  $n$  de  $\mu$ . Considérese la matriz de Hankel  $\mathcal{H}_\mu = (\mu_{n,k})_{n,k \geq 0}$ , con entradas  $\mu_{n,k} = \mu_{n+k}$ . La matriz  $\mathcal{H}_\mu$  induce el operador

$$\mathcal{H}_\mu(f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \mu_{n+k} a_k \right) z^n,$$

donde  $f \in H(\mathbb{D})$ , el espacio de funciones analíticas en el disco unitario complejo  $\mathbb{D}$ . Observar que si  $\mu$  es medida de Lebesgue entonces

$$\mathcal{H}_\mu = ((n+k+1)^{-1})$$

es la matriz de Hilbert, por ende diremos que  $\mathcal{H}_\mu$  es el operador generalizado de Hilbert. Galanopoulos y Pelaez en [2] caracterizan las medidas para cuales el operador  $\mathcal{H}_\mu$  esta bien definido sobre el espacio de Hardy  $H^1$ , resultado que fue extendido a los espacios Hardy  $H^p$  por Chatzifountas, Girela y Pelaez en [1].

Ahora bien, definimos la derivada del operador generalizado de Hilbert como

$$\mathcal{DH}_\mu(f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \mu_{n+k} a_k \right) (n+1)z^n.$$

Ye y Zhou en [3] estudian las condiciones de  $\mu$  bajo las cuales  $\mathcal{DH}_\mu$  es un operador bien definido sobre el espacio de Bloch, además de caracterizar su continuidad y compacidad. El objetivo de la presentación es exponer las condiciones sobre  $\mu$  que garantizan la continuidad y compacidad de  $\mathcal{DH}_\mu$  sobre el espacio de Bloch, junto con los avances hechos en una posible extensión de estos resultados a los espacios  $\alpha$ -Bloch.

[1] C. CHATZIFOUNTAS; D. GIRELA; J. A. PELÁEZ. A Generalized Hilbert matrix acting on Hardy spaces. *J. Math. Anal. Appl.* (2014), no. 1, 154–168.

[2] P. GALANOPOULOS; J. A. PELÁEZ. A Hankel matrix acting on Hardy and Bergman spaces. *Studia Math.* **200** (2010), no. 3, 201–220.

[3] S. YE; Z. ZHOU. A Derivative-Hilbert Operator Acting on the Bloch Space. *Complex Anal. Oper. Theory* **15** (2021), no. 5, Paper No. 88, 16 pp.

**JUEGOS MATEMÁTICOS EN LA EDUCACIÓN INICIAL: UNA  
FORMA LÚDICA DE DESARROLLAR EL PENSAMIENTO  
MATEMÁTICO**

AUDRY ESPITIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA

MIGUEL SAENZ  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

El pensamiento matemático es esencial en la educación inicial y puede ser desarrollado mediante el uso del juego como herramienta de enseñanza. Los juegos matemáticos pueden ayudar a los niños a desarrollar habilidades como el conteo, la clasificación y la resolución de problemas, al mismo tiempo que fomentan la creatividad y la diversión. Incorporar el juego en la enseñanza de las matemáticas en la educación inicial puede ayudar a los niños a establecer una base sólida para su comprensión matemática y su éxito académico futuro.

### SUPERFICIES CUÁRTICAS SUAVES INVARIANTES POR SUBGRUPOS PRIMITIVOS FINITOS DE $\mathrm{PGL}(4, \mathbb{C})$

JOSE AVILA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

La clasificación de curvas y superficies es uno de los temas centrales en la geometría algebraica. En esta charla mostraremos, para cada  $G$  subgrupo primitivo finito de  $\mathrm{PGL}(4, \mathbb{C})$ , la colección de todas las superficies cuárticas suaves invariantes por  $G$ . Estas superficies son hipersuperficies del espacio proyectivo complejo  $\mathbb{P}^3$ . Las hipersuperficies son el ejemplo más simple de variedades algebraicas, han sido extensamente estudiadas desde los clásicos trabajos de A. Cayley en el siglo XIX, hasta la actualidad. En general, el problema de encontrar, para cada  $G$  subgrupo finito de  $\mathrm{PGL}(n + 1, \mathbb{C})$ , la colección de todas las hipersuperficies suaves en  $\mathbb{P}^n$  de grado  $d$  invariantes por  $G$ , con  $n \geq 2$  y  $d \geq 3$ ; está resuelto, y es computable; dado un conjunto de generadores de  $G$ . En este trabajo implementamos algoritmos que resuelven este problema en el entorno *Mathematica*, y los aplicamos a nuestro caso de interés, cuando  $n = 3$ ,  $d = 4$  y  $G$  es primitivo.

### DEFINABILITY IN ABSTRACT ELEMENTARY CLASSES

JOSE NICOLAS NAJAR SALINAS  
FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA

The development of definability in the context of Abstract Elementary Classes has been boosted by the recent work of Shelah and Villaveces in which they prove that for every AEC  $\mathcal{K}$  in a vocabulary  $\tau$ , there is a sentence  $\psi \in \mathbb{L}_{\beth_2(\kappa)^{+++}, \kappa}(\tau)$  axiomatizing where  $\kappa$  is the Löwenheim-Skolem number of the class. Vasey enlarges  $\tau$  to  $\tilde{\tau}$  and proves that if the AEC is tame and type-short, there is a bijection between the Galois Types of the AEC and the quantifier free types in an infinitary logic  $\mathbb{L}_{\lambda, \lambda}(\tilde{\tau})$  for some suitable  $\lambda$ , the semantic–syntactic correspondence. We extend the ideas of Vasey to make a partial semantic–syntactic correspondence-like result between Galois types and some types of the logic  $\mathbb{L}_{\beth_2(\kappa)^{+++}, \kappa}(\tau)$ .

**REPRESENTACIONES INDESCOMPONIBLES PARA EL  
CARCAJ DE TIPO 4,3**

SANTIAGO GALLEGO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

En este trabajo presentamos la obtención completa y la caracterización de todas las representaciones indescomponibles para los carcajes de tipo  $\mathcal{Q}(n, n - 1)$ .





# Capítulo 5

## PONENCIAS

### 5.1. ÁLGEBRA

#### THE COMMUTATIVE INVERSE SEMIGROUP FOR PARTIAL EXTENSION GALOIS

VÍCTOR MARÍN  
UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

Given a unital partial action  $\alpha_G$  of a finite group  $G$  on an algebra  $S$  such that  $S$  is an  $\alpha_G$ -partial Galois extension of  $S^G$  and a normal subgroup  $H$  of  $G$ , we prove that  $\alpha_G$  induces a unital partial action  $\alpha_{G/H}$  of  $G/H$  on the subalgebra of invariants  $S^H$  of  $S$  such that  $S^{\alpha_H}$  is an  $\alpha_{G/H}$ -partial Galois extension of  $S^G$ . Second, assuming that  $G$  is abelian, we construct a commutative inverse semigroup  $T_{par}(G, R)$ , whose elements are equivalence classes of  $G$ -partial abelian extensions of a commutative algebra  $R$ .

*Lunes 2:45-3:05*

#### UNA INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA $C^\infty$ -ALGEBRAICA

CRISTIAN DANILO OLARTE  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Después de su introducción en la década de los 60, la teoría de esquemas no solo ha sido una poderosa y versátil herramienta en geometría algebraica, sino que también ha inspirado ideas análogas en otras áreas. Tal es el caso de la geometría diferencial, pues se han hecho diversos intentos por aplicar técnicas del álgebra conmutativa y la teoría de categorías con el fin de establecer paralelismos con la Geometría algebraica. Los  $C^\infty$ -anillos, introducidos por Dubuc en el contexto de la Geometría Diferencial Sintética, son anillos de funciones suaves en las que se pueden definir operaciones para cada  $f \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$  y cada  $n \in \mathbb{N}$ , enriqueciendo su estructura de  $R$ -álgebra. Es en este contexto que surge la Geometría  $C^\infty$ -Algebraica, desarrollada principalmente por Dominic Joyce a partir de 2010 como parte de su programa de Geometría Diferencial Derivada, un análogo de la Geometría Algebraica Derivada de Lurie. La Geometría  $C^\infty$ -Algebraica, anillos conmutativos y  $k$ -algebras son sustituidos por su contraparte diferencial, los  $C^\infty$ -anillos, permitiendo así la introducción de  $C^\infty$ -esquemas y  $C^\infty$ -Stacks, objetos geométricos que generalizan variedades suaves y orbifolds

respectivamente lo cual, permite una mejor manipulación de estos espacios desde un punto de vista simbólico. El objetivo de la charla es mostrar los principales ejemplos y propiedades de  $C^\infty$ -anillos, tales como coproductos y localizaciones, lo cual permite entre otras cosas definir el espectro de un  $C^\infty$ -anillo, por medio del cual se llega a la noción de  $C^\infty$ -esquema afin y se muestra que toda variedad diferenciable corresponde a un esquema de este tipo. Finalmente, nos enfocaremos en algunas propiedades de la categoría de  $C^\infty$ -esquemas que permiten desarrollar versiones  $C^\infty$  de algunas de las construcciones clásicas de la geometría algebraica, como el producto fibrado y el criterio de representabilidad de Grothendieck y pueden ser usadas para construir ejemplos interesantes como espacios proyectivos y Grasmannianas.

*Lunes 2:45-3:05*

**SECOND COHOMOLOGY GROUP FOR  
FINITE-DIMENSIONAL SIMPLE JORDAN SUPERALGEBRA  
 $\mathcal{D}_T$  WITH  $T \neq 0$**

JHON RAMÍREZ  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

We consider the finite-dimensional simple Jordan superalgebra  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$ . By [1], first author showed that  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$ , does not satisfy Wedderburn Principal Theorem, therefore the second cohomology group (SCG) of the Jordan superalgebra  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$ , over an algebraically closed field  $\mathbb{F}$  of characteristic zero is not trivial. We calculate the SCG for the Jordan superalgebra  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$  using the coefficients which appear in the regular superbimodule  $\text{Reg}\mathcal{D}_t$ . first, to calculate the SCG of a Jordan superalgebra we use split-null extension of the Jordan superalgebra and the Jordan superalgebra representation. Second, we prove conditions that satisfy the bilinear forms  $h$  that determine the SCG in Jordan superalgebras. We use these to calculate the SCG for the Jordan superalgebra  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$ . Finally, we prove that  $\mathcal{H}^2(\mathcal{D}_t, \text{Reg}\mathcal{D}_t) = 0 \dot{+} \mathbb{F}^2$ ,  $t \neq 0$ . This result is similar to the result of SCG for alternative superalgebra  $\mathcal{M}_{1|1}(\mathbb{F})$  obtained by Pisarenko [3],[4] (see, also, López-Díaz [5] (Theorem 2. (iii), p.261).

[1] GÓMEZ GONZÁLEZ F. A. The wedderburn principal theorem for Jordan superalgebras I. *Journal of algebra*. **505** (2018), 1–32.

[2] PISARENKO, N. A. The Wedderburn decomposition in finite-dimensional alternative superalgebras. *Algebra i Logika*. **32** (4) (1993), 428–440, 473.

[3] PISARENKO, N. A. Structure and Representation of finite-Dimensional Alternative Superalgebras. *PhD thesis Novosibirsk State University*. 1994.

[4] PISARENKO, N. A. The structure of alternative superbimodules. *Algebra i Logika*. **33** (6) (1994) 689–707, 717.

[5] LÓPEZ-DÍAZ, M. Cohomologies of finite-Dimensional Simple Alternative Superalgebras of Characteristic 3. *Journal of Algebra*. **228** (1) (2000), 257–269.

[6] GÓMEZ GONZÁLEZ, F. A; RAMÍREZ BERMÚDEZ, J. A. Second cohomology group of the finite-dimensional simple Jordan superalgebra  $\mathcal{D}_t$ ,  $t \neq 0$ . *Journal of*

*Algebra and its Applications.* **21** (5) (2022), 1–13.

*Lunes 2:45-3:05*

### AVANCES RECIENTES EN EL PROBLEMA DE SKOLEM

CARLOS ALEXIS GÓMEZ RUIZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE

El renombrado teorema de Skolem-Mahler-Lech establece que el conjunto de ceros de una sucesión recurrente lineal es la unión de un conjunto finito y un número finito de progresiones aritméticas. La pregunta computacional correspondiente, el problema de Skolem, consiste en determinar si una sucesión recurrente lineal dada tiene un término cero, y el número de estos, en caso de que sea finito, se llama la cero-multiplicidad de la recurrencia. A pesar de que el Teorema de Skolem-Mahler-Lech tiene casi 90 años, la decidibilidad del Problema de Skolem sigue siendo una pregunta abierta. En esta charla se presentarán los avances recientes a este problema y se discutirá el problema de la cero-multiplicidad para sucesiones recurrentes del tipo Fibonacci.

*Lunes 3:10-3:30.*

### ON THE SERRE-ARTIN-ZHANG-VEREVKIN THEOREM FOR SEMI-GRADED RINGS

ANDRÉS CHACÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ

In this talk, we present a noncommutative scheme theory for the semi-graded rings defined by Lezama and Latorre (2017) following the ideas about schematicness introduced by Van Oystaeyen and Willaert (1995) for  $\mathbb{N}$ -graded algebras. With this theory, we prove the Serre-Artin-Zhang-Verevkin theorem for several families of non- $\mathbb{N}$ -graded algebras and finitely non- $\mathbb{N}$ -graded algebras appearing in ring theory and noncommutative algebraic geometry.

*Lunes 3:10-3:30.*

### ESPACIOS DE HOMOMORFISMOS ENTRE REPRESENTACIONES INDESCOMPONIBLES DEL CARCAJ ASOCIADO A LA TETRADA

JUAN BUITRAGO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

En este trabajo presentamos una clasificación de los espacios de homomorfismos entre ciertos tipos de representaciones indescomponibles del carcaj asociado al problema de los cuatro subespacios, empleando técnicas elementales del álgebra lineal y la teoría de representaciones de carcajes.

*Lunes 3:10-3:30.*

### INSTANTONS: THE NEXT FRONTIER

CRISTIAN MARTÍNEZ

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

La noción de haces instanton en geometría algebraica ha evolucionado de una clase particular de haces vectoriales en el espacio proyectivo complejo 3-dimensional a una clase de haces libres de torsión en variedades proyectivas de dimensión

arbitraria. En esta charla, después de comentar brevemente sobre la evolución histórica de esta noción, motivaré (en el caso del espacio proyectivo) una nueva extensión del concepto de instanton a complejos de haces vectoriales usando el marco de condiciones de estabilidad, introducidas por Bridgeland en a inicios de la década pasada. Nuestra definición de C-instanton parece recoger las propiedades intrínsecas de haces instanton utilizando solamente una condición de estabilidad apropiada. Por ejemplo, en el espacio proyectivo 3-dimensional, los objetos C-instanton corresponden a representaciones estables de cierto quiver. Este trabajo es producto de una colaboración con Gaia Comaschi, Marcos Jardim, y Dapeng Mu, miembros del grupo de investigación Gauge Theory and Algebraic Geometry (GTAG) de la Universidad de Campinas.

*Lunes 3:35-3:55.*

### **OPERADORES LINEALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS DE COLOR**

WILSON ARLEY MARTINEZ FLOR  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

DANIEL ALEJANDRO VARGAS UZURIAGA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Las álgebras de Pre Lie (o también llamadas álgebras simétricas a izquierda) presentan aplicaciones en diversas áreas, un ejemplo destacado es la teoría del campo cuántico perturbativo, donde la inserción de gráficos de Feynman entre sí los equipa con una estructura de Pre-Lie que controla la combinatoria del procedimiento de renormalización, además de encontrarse en la teoría de variedades a fines, conos homegeneos convexos y su relación con los árboles enraizados. En este sentido, se realiza en cierto grado de similitud para las álgebras de Pre Lie graduadas, así que el estudio de las álgebras de color simétricas a izquierda (o álgebras de Pre-Lie color) permitirá acceder a nueva información en dichas áreas y encontrar nuevos campos de aplicación.

Una de las tareas en la que los investigadores se han concentrado, es en encontrar análogos de los teoremas importantes para las álgebras de Leibniz, las álgebras de Lie y álgebras de pre Lie, por ejemplo teoremas de Lie y teorema de Levi's, además de aplicaciones en las degeneraciones de álgebras, descripción de álgebras rígidas y cohomologías para el color de las álgebras de Leibniz.

En la actualidad son pocos los resultados que se tienen sobre la construcción de álgebras de color simétricas a izquierda, para las álgebras de color Leibniz los artículos se enfocan en la construcción de álgebras de color ternarias de Leibniz y álgebras de color de Hom-Leibniz, para las álgebras de color de Lie se suelen encontrar más referencias sobre resultados y aplicaciones, es por esto que la ponencia busca brindar construcciones de álgebras de color simétricas a izquierda, álgebra de color de Lie y álgebra de color de Leibniz mediante el uso de operadores lineales pares para posteriores investigaciones.

*Lunes 3:35-3:55.*

### **SERIES LINEALES LÍMITE CONTINUAS: NUEVO ENFOQUE Y AVANCES**

PEDRO HERNÁNDEZ RIZZO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

En esta charla pretendo mostrar los más recientes avances hacia la construcción de una nueva noción de serie lineal límite, llamada serie lineal límite continua, sobre curvas de tipo compacto de dos componentes. Esto con el principal objetivo de construir un espacio de moduli proyectivo que los parametrize y que responda de manera consistente a los principales resultados “esperados” en esta área. Así mismo, presentaremos algunos avances (y trabajos futuros) de la generalización de esta construcción para cualquier curva de tipo compacto.

*Lunes 4:00-4:20.*

### **ALGUNAS PROPIEDADES ANILLO-TEÓRICAS Y SUS RELACIONES EN ANILLOS DE GRUPO**

ALEXANDER HOLGUÍN VILLA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

BRAYAN FLOREZ BURBANO  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

JOHN CASTILLO  
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

Sea  $RG$  el anillo de grupo del grupo de torsión  $G$  sobre el anillo conmutativo  $R$  con  $1_R = 1$ . En esta charla presentamos demostraciones de algunas afirmaciones que aparecen sin ser probadas en la literatura. Establecemos algunas implicaciones válidas entre las condiciones anillo-teóricas dúo, reversible, propiedad SI y simétrico en el contexto de los anillos de grupo.

*Lunes 4:00-4:20.*

### **CUADRADOS COMO SUMA DE DOS TRIANGULARES**

FREDDY WILLIAM BUSTOS RENGIFO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Para el entero no negativo  $n$ , el  $n$ -ésimo número triangular es el número:

$$T_n = (n(n+1))/2.$$

Entre los resultados interesantes que involucran números triangulares está el que todo número cuadrado es suma de dos números triangulares consecutivos, pero también tenemos ejemplos como:

$$9 = T_8 + T_9 = T_5 + T_{11} = T_2 + T_{12}.$$

En esta charla presentamos una estrategia que permite conocer todas las soluciones a la ecuación diofántica:  $T_m + T_n = k^2$ .

*Lunes 4:00-4:20.*

### **HOMOMORPHISMS BETWEEN JORDANIAN PLANE AND Q-SKEW JORDANIAN PLANE**

MARIA CAMILA RAMÍREZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ

In this talk we will present the notion of homomorphism between Ore extensions, more specifically between the Jordanian plane and the  $q$ -Skew Jordanian plane.

These homomorphisms have a special feature, given the non-commutativity condition of such extensions it is necessary to describe them in a polynomial form; such a polynomial is called a change of variable polynomial (or *cv*-polynomial). The importance of *cv*-polynomials is that they allow the study of “transformations” from one extension to another.

*Martes 10:30-10:50.*

**EL PROBLEMA DE FROBENIUS PARA SEMIGRUPOS  
NUMÉRICOS GENERADOS SUCESSIONES DE LA FORMA  
 $CA^N - D$**

JERSON BORJA  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Un *semigrupo numérico* es un subconjunto  $S$  del conjunto de los números naturales  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  que es cerrado bajo la suma, contiene a 0 y tal que  $\mathbb{N} \setminus S$  es finito. El problema más importante en semigrupos numéricos es el *problema de Frobenius*, el cual plantea determinar cuál es el entero más grande que no pertenece a un semigrupo numérico dado  $S$ . Este número es llamado el *número de Frobenius de  $S$*  y se denota por  $F(S)$ . El *género de  $S$* , denotado  $g(S)$  es la cardinalidad del conjunto  $\mathbb{N} \setminus S$ . Un conjunto que juega un papel de vital importancia en el cálculo del número de Frobenius y el género, es el *conjunto de Apéry*  $\text{Ap}(S, n)$ , donde  $n \in S \setminus \{0\}$ , definido de la siguiente manera:

$$\text{Ap}(S, n) = \{s \in S : s - n \notin S\}.$$

Para un subconjunto no vacío  $A$  de  $\mathbb{N}$ , el símbolo  $\langle A \rangle$  representa el conjunto de todas las combinaciones lineales de elementos de  $A$  con coeficientes naturales. En general,  $\langle A \rangle$  es un *submonoide* de  $\mathbb{N}$ , es decir, contiene a 0 y es cerrado bajo la suma. Además,  $\langle A \rangle$  es un semigrupo numérico si y solo si  $\text{mcd}(A) = 1$ , y a partir de un submonoide  $H \neq \{0\}$  de  $\mathbb{N}$  podemos tener un semigrupo numérico dividiendo cada elemento de  $H$  por  $\text{mcd}(H)$ .

En trabajos recientes se considera una sucesión de la forma  $x_n = ca^n - d$ , para valores particulares de  $a, c$  y  $d$ , y se asocia una familia de submonoides  $S_n$  de  $\mathbb{N}$ , para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$ , mediante

$$S_n = \langle \{x_{n+j} : j \in \mathbb{N}\} \rangle.$$

En cada uno de estos trabajos se da una caracterización del conjunto de Apéry  $(S_n, x_n)$ , con la cual se determinan luego  $F(S_n)$  y  $g(S_n)$ .

En este trabajo unificamos las ideas de estos artículos, dando una caracterización general del conjunto de Apéry  $\text{Ap}(S_n, x_n)$ , para una sucesión de la forma  $x_n = ca^n - d$ , con  $a, c$  y  $d$  suficientemente generales, y de esta forma damos fórmulas generales para el cálculo del número de Frobenius  $F(S)$ , procedimientos para el cálculo del género  $g(S)$  y algunos elementos y conjuntos especiales asociados a  $S_n$ .

*Martes 10:30-10:50.*

**USANDO UNA IDENTIDAD DE CATALAN PARA UNA  
REPRESENTACIÓN INTEGRAL DE SUCESSIONES  
POLINOMIALES GENERALIZADAS DE FIBONACCI**

MARIBEL DÍAZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

RIGOBERTO FLOREZ  
THE CITADEL, CHARLESTON, SC, U.S.A.

MARTHA ROMERO ROJAS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Una sucesión polinomial de segundo orden es de tipo Fibonacci (tipo Lucas) si su fórmula de Binet es similar en estructura a la fórmula de Binet para los números de Fibonacci (Lucas). Este tipo de polinomios son llamados Polinomios Generalizados de Fibonacci (GFP). Algunos ejemplos conocidos de GFP son los polinomios de Fibonacci, Lucas, Pell, Pell-Lucas, Fermat, Fermat-Lucas. En 1846 Catalan presenta identidades binomiales para representar los números de Fibonacci y los números de Lucas, Stewart recientemente, exhibe una representación integral para dichos números. En este trabajo se generaliza la identidad de Catalan y se deduce una representación integral para GFP.

*Martes 10:30-10:50.*

### **ARREGLOS DE SIDON Y UNA CONSTRUCCIÓN RÁPIDA DE CONJUNTOS DE SIDON**

CARLOS TRUJILLO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

CESAR ANDRADE  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Un conjunto de Sidon es un subconjunto de un grupo abeliano con la propiedad de que cada suma de dos elementos distintos es distinta. En esta charla relacionamos los conjuntos de Sidon como los construidos por Bose con subespacios afines de dimensión uno de  $\mathbb{F}_{q^2}$ . También definimos el concepto de conjuntos de Sidon que son un objeto combinatorio que constituyen una partición del grupo  $\mathbb{Z}_{q^2}$  como unión de conjuntos de Sidon. También utilizamos secuencias lineales recurrentes para obtener rápidamente conjuntos de Sidon tipo Bose sin necesidad de utilizar el logaritmo discreto.

*Martes 10:55-11:15.*

### **HIGHER ORDER DERIVATIVES OF THE ADJUGATE MATRIX AND THE JORDAN FORM**

JORGE I. RUBIANO MURCÍA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

JUAN GALVIS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

In this short note, we show that the higher order derivatives of the adjugate matrix  $\text{Adj}(z - A)$ , are related to the nilpotent matrices and projections in the Jordan decomposition of the matrix  $A$ . These relations appear as a factorization of the derivative of the adjugate matrix as a product of factors related to the eigenvalues, nilpotent matrices and projectors. The novel relations are obtained using the Riesz projector and functional calculus. The results presented here can be considered a generalization of the Thompson and McEntegert theorem that

relates the adjugate matrix with the orthogonal projection on the eigenspace of simple eigenvalues for symmetric matrices. They can also be viewed as a complement to some previous results by B. Parisse, M. Vaughan that relates derivatives of the adjugate matrix with the invariant subspaces associated with an eigenvalue. Our results can also be interpreted as a general eigenvector-eigenvalue identity. Many previous works have dealt with relations between the projectors on the eigenspaces and derivatives of the adjugate matrix with the characteristic spaces but it seems there is no explicit mention in the literature of the factorization of the higher-order derivatives of the adjugate matrix as a product involving nilpotent and projector matrices that appears in the Jordan decomposition theorem.

*Martes 10:55-11:15.*

### NÚMEROS DE FIBONACCI CERCANOS A NÚMEROS DE PELL

JESUS FABIAN MUÑOZ POMELO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JHON JAIRO BRAVO GRIJALBA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Usando una noción de cercanía planteada por Chern y Cui en 2014, determinamos todos números de Fibonacci que son cercanos a números de Pell. Las principales herramientas matemáticas usadas para abordar este problema provienen de formas lineales en logaritmos y métodos de reducción diofántica.

*Martes 10:55-11:15.*

### EL PROBLEMA DE LA SUPERPOSICIÓN MÍNIMA SOBRE GRUPOS FINITOS

CARLOS ANDRES MARTOS OJEDA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Let  $A, B$  be disjoint sets such that  $A \cup B = [1, 2n] \subset \mathbb{Z}$  and  $|A| = |B| = n$ . Let us call  $m(A, B)$  the maximum number of representations of  $k$  as difference of elements of  $A$  and  $B$ , and consider  $M(n) := \min_{A, B} m(A, B)$  (over all partitions) with  $A \cup B = [1, 2n]$ . There are well-known upper and lower bounds of  $M(n)$ . In this paper we studied a variation of this problem, i.e. we considered a finite abelian group  $G$  with  $|G| = k$ , we define  $M(n)$  which is analogous to  $M(G)$  and we obtained upper and lower bounds for  $M(G)$ .

*Martes 11:20-11:40.*

### VERSIÓN PRO-P DE LOS TEOREMAS DE SELA-RIPS

JESUS EDUARDO BERDUGO DE LA OSSA  
UNIVERSIDAD DE BRASILIA

PAVEL ZALESSKII  
UNIVERSIDAD DE BRASILIA

En esta presentación quiero presentar la versión pro- $p$  de los teoremas de Sela-Rips sobre la descomposición como un producto amalgamado o  $HNN$ -extensión en un subgrupo cíclico.

*Martes 11:20-11:40.*



**AN EQUIVALENCE BETWEEN CATEGORIES OF SIMPLE  
MODULAR LIE ALGEBRAS**

CARLOS PAYARES  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR

In this work we showed that the categories of simple Lie algebras and simple restricted Lie algebras over a field of characteristic  $p > 0$  are equivalent. This is, we construct two functors between these two categories and show that they form a pair of adjoint equivalences of categories. Thus, the classification of the simple Lie algebras is equivalent to classification of simple restricted Lie algebras over a field of characteristic  $p > 0$ .

*Martes 11:20-11:40.*

**POTENCIAS SCHUR DE CÓDIGOS ALGEBRAICO  
GEOMÉTRICOS**

JAZMIN LISETH MANTILLA ROZO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Sea  $\mathbb{F}_q$  un cuerpo finito con  $q$  elementos, donde  $q$  es una potencia prima. Un código lineal  $\mathcal{C}$  de longitud  $n$  y dimensión  $k$  sobre  $\mathbb{F}_q$  (un  $[n, k]$ -código) es un subespacio  $k$ -dimensional de  $\mathbb{F}_q^n$ . También daremos una introducción a los códigos algebraico-geométricos (AG) los cuales representan un área de investigación amplia y rica con un importante número de aplicaciones independientes. Estos códigos AG admiten muchas propiedades interesantes que los hacen adecuados para una amplia gama de aplicaciones. Por otro lado, el producto Schur (o producto componente a componente) en  $\mathbb{F}_q^n$  tomado una gran importancia en la teoría de códigos. Este es definido para  $a, b \in \mathbb{F}_q^n$  como  $a * b = (a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n)$  donde, para mantener una estructura lineal, el producto de dos códigos  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathcal{C}_2$  se define como el espacio generado de los productos de sus vectores, es decir  $\mathcal{C}_1 * \mathcal{C}_2 = \text{Span}_{\mathbb{F}_q} \{c * c' \mid c \in \mathcal{C}_1, c' \in \mathcal{C}_2\} \leq \mathbb{F}_q^n$ .

La  $t$ -ésima potencia Schur de un código  $\mathcal{C}$  se define como  $\mathcal{C}^{(t)}$ , con  $t \in \mathbb{N}$  donde,  $\mathcal{C}^{(0)} = \mathbf{1}$ ,  $\mathcal{C}^{(1)} = \mathcal{C}$ ,  $\mathcal{C}^{(2)} = \mathcal{C} * \mathcal{C}$ . Se sabe que los códigos AG se comportan bien bajo el producto por componentes, las potencias Schur actualmente tienen aplicaciones en el diseño de esquemas para la compartición de secretos y criptografía basada en códigos (protocolo de McEliece, resistente a ataques con un computador cuántico). En este sentido, un desafío en teoría de códigos es la construcción explícita de códigos cuyo cuadrado de Schur es grande.

En esta charla se presentan las propiedades de las potencias Schur de códigos AG, sus ventajas y desventajas y los problemas actuales de investigación para las aplicaciones mencionadas.

*Martes 11:45-12:05.*

**POWERS OF TWO-CLASSES IN GENERALIZED FIBONACCI  
AND PELL SEQUENCES**

JULIETH FERNANDA RUÍZ HOYOS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JOSE LUIS HERRERA BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JHON JAIRO BRAVO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Two positive integers are said to be in the same power of two-class if they have the same odd part. In this talk, we share some results on the generalized Fibonacci and Pell numbers which are in the same power of two-class. This research uses lower bounds for linear forms in logarithms and reduction techniques in Diophantine approximation. The project was supported by Minciencias (Colombia) through the program “Implementación del proyecto de Jóvenes Investigadores e Innovadores en el Departamento del Cauca” Project VRI ID 5645 (Universidad del Cauca).

[1] J. J. BRAVO, J. L. HERRERA, J. F. RUIZ Power of two-classes in generalized Fibonacci and Pell sequences. *Preprint 2023*.

*Martes 11:45-12:05.*

**SOBRE MORFISMOS IRREDUCIBLES Y TRIÁNGULOS DE AUSLANDER-REITEN EN LA CATEGORÍA ESTABLE DE MÓDULOS SOBRE ÁLGEBRAS REPETITIVAS**

HERNAN GIRALDO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Sea  $k$  un campo algebraicamente cerrado, sea  $A$  una  $k$ -álgebra de dimensión finita, y sea  $\hat{A}$  el álgebra repetitiva de  $A$ . En  $\hat{A}\text{-mod}$ , la categoría estable de los  $\hat{A}$ -módulos finitamente generados, mostramos que los morfismos irreducibles se dividen en tres formas canónicas: (i) todas las componentes de los morfismos son monomorfismos que se dividen; (ii) todas las componentes de los morfismos son epimorfismos que se dividen; (iii) hay exactamente una componente irreducible. A continuación, usamos este hecho para describir la forma de los triángulos de Auslander-Reiten en  $\hat{A}\text{-mod}$ . Usamos el hecho (y probamos) de que cada triángulo de Auslander-Reiten en  $\hat{A}\text{-mod}$  se induce a partir de una secuencia de Auslander-Reiten de  $\hat{A}$ -módulos finitamente generados.

*Martes 11:45-12:05.*

**ÁLGEBRAS UMP Y UNA CARACTERIZACIÓN PARA UNA CLASE DE ÁLGEBRAS MULTISERIALES ESPECIALES**

JHONY FERNANDO CARANGUAY MAINGUEZ  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

PEDRO RIZZO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

ANDRES FRANCO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Sean  $\mathbb{K}$  un campo y  $A$  una  $\mathbb{K}$ -álgebra de la forma  $\mathbb{K}Q/I$ , donde  $Q$  es un carcaj finito y conexo, y  $I$  es un ideal admisible del álgebra de caminos  $\mathbb{K}Q$ . Los autores introducen el concepto de álgebras UMP en el contexto de álgebras de cadena y describen una familia importante de objetos indescomponibles en la categoría derivada  $D^b(A)$  cuando  $A$  es una álgebra de cadena UMP. En esta charla, se presenta una caracterización de álgebras UMP para la clase de álgebras multiseriales especiales localmente monomiales. Este es un trabajo conjunto con Andrés

Franco y Pedro Rizzo.  
*Martes 3:15-3:35.*

### ALGUNOS COMENTARIOS SOBRE LAS BASES DE GRÖBNER-SHIRSHOV

KAROL STEFANY HERRERA CANO  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Las bases de Gröbner-Shirshov (bases de GS) fueron inicialmente estudiadas por A. Shirshov en 1962. La idea nace al querer encontrar una base lineal para un álgebra de Lie restringida a un conjunto de relaciones. Más tarde, su estudiante L. Bokut extendió sus ideas para álgebras más generales, es decir, para álgebras libres. Por otra parte, en la literatura podemos encontrar varios trabajos sobre el cálculo de las bases de GS para álgebras como, el álgebra universal envolvente cuantizada, álgebras PBW (álgebra envolvente de un álgebra de Lie, álgebra de Clifford, álgebra de Weyl), álgebras de Lie simples, entre otras. En esta charla definiremos los conceptos básicos de esta teoría como lo son: un orden monomial, composición entre dos polinomios, conjunto cerrado bajo la composición de polinomios (estos conjuntos se denominan “bases de GS”) y por último, un lema de caracterización (Lema de Composición del Diamante); todo con el fin de describir y ejemplificar un algoritmo para calcular dichas bases en un álgebra libre. Además, mencionaremos la relación existente entre estas bases y las bases de Gröbner (conmutativas), introducidas por B. Buchberger en 1965. Por último, discutiremos la conexión de las bases de GS con las bases PBW.

*Martes 3:15-3:35.*

### UN GRAFO ASOCIADO A UN CÓDIGO LINEAL BINARIO

LISBETH DELGADO  
 UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JOHN CASTILLO  
 UNIVERSIDAD DE NARIÑO

Sea  $\mathcal{C}$  un código lineal binario, se define una clase lateral de  $\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n$  sobre  $\mathcal{C}$  como el conjunto  $\mathbf{x} + \mathcal{C} = \{\mathbf{x} + \mathbf{y} : \mathbf{y} \in \mathcal{C}\}$ . Para una clase lateral  $\mathcal{C}_1$  de  $\mathcal{C}$  se define  $w(\mathcal{C}_1) = \min\{w(\mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \mathcal{C}_1\}$  y un líder de  $\mathcal{C}_1$  es un vector  $\mathbf{x}$  tal que  $w(\mathbf{x}) = w(\mathcal{C}_1)$ . Se puede establecer un orden parcial en el conjunto de clases laterales de un código  $\mathcal{C}$  como sigue: si  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathcal{C}_2$  son dos clases laterales de  $\mathcal{C}$ , entonces  $\mathcal{C}_1 \prec \mathcal{C}_2$  siempre que existan líderes  $\mathbf{x}_1$  de  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  de  $\mathcal{C}_2$ , tales que  $supp(\mathbf{x}_1) \subset supp(\mathbf{x}_2)$ .

Para un código lineal binario  $\mathcal{C}$ , se define el grafo  $\Gamma(\mathcal{C}) = (V_{\mathcal{C}}, E_{\mathcal{C}})$  donde  $V_{\mathcal{C}}$  es el conjunto de las clases laterales de  $\mathcal{C}$  y  $\{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2\} \in E_{\mathcal{C}}$  si  $\mathcal{C}_1 \prec \mathcal{C}_2$  y  $w(\mathcal{C}_1) = w(\mathcal{C}_2) - 1$ . En esta ponencia se presentan propiedades de los grafos  $\Gamma(\mathcal{C})$ .

*Martes 3:15-3:35.*

### GENERALIZED RANDIĆ ESTRADA INDICES OF GRAPHS

EBER JAVIER LENES PUELLO  
 UNIVERSIDAD DEL SINÚ

JONNATHAN RODRIGUEZ  
 UNIVERSIDAD DE ANTOFAGASTA

EXEQUIEL MALLEA ZEPEDA  
UNIVERSIDAD DE TARAPACÁ

Let  $G$  be a simple undirected graph on  $n$  vertices. V. Nikiforov studied hybrids of  $A_G$  and  $D_G$  and defined the matrix  $A_\alpha^G$  for every real  $\alpha \in [0, 1]$  as  $A_\alpha^G = \alpha D_G + (1 - \alpha)A_G$ . In this paper, we define the generalized Randić matrix for graph  $G$ , and we introduce and establish bounds for the Estrada index of this new matrix. Furthermore, we find the smallest value of  $\alpha$  for which the generalized Randić matrix is positive semidefinite. Finally, we present the solution to the problem proposed by V. Nikiforov. The problem consists of the following: for a given simple undirected graph  $G$ , determine the smallest value of  $\alpha$  for which  $A_\alpha^G$  is positive semidefinite.

*Martes 3:40-4:00.*

### INVARIANTE DE SEGRE PARA FIBRADOS VECTORIALES SOBRE $\mathbb{P}^2$

LEONARDO ROA LEGUIZAMON  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

We extend the concept of the Segre Invariant to vector bundles on a surface  $X$ . For  $X = \mathbb{P}^2$  we determine what numbers can appear as the Segre Invariant of a rank 2 vector bundle with given Chern's classes. The irreducibility of strata with fixed Segre invariant is proved and its dimensions are computed. Finally, we present applications to the Brill-Noether Theory for rank 2 vector bundles on  $\mathbb{P}^2$ .

*Martes 3:40-4:00.*

### FÓRMULAS EXPLÍCITAS RIEMANN, WEIL Y HARAN

JOHN JAIME RODRIGUEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

El propósito de esta charla es, en primer lugar, ofrecer una panorámica histórica sobre las contribuciones de Riemann, Weil y Haran en el ámbito de fórmulas explícitas. Posteriormente, la charla se enfocará en presentar los resultados recientes obtenidos por el autor, donde se extienden los resultados de Haran al caso de un cuerpo cuadrático imaginario  $K$ . En particular, se presentará la aproximación al núcleo de Riesz sobre  $\mathbb{C}$  y se analizará la relación entre la descomposición de ideales primos en la extensión  $K/\mathbb{Q}$  y los operadores de diferenciación asociados a formas cuadráticas.

*Martes 3:40-4:00.*

### SUMP ALGEBRAS AND THEIR DERIVED CATEGORIES

ANDRÉS FRANCO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

HERNÁN GIRALDO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

PEDRO RIZZO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

In this talk, we present a combinatorial description of a family of indecomposable

objects in the bounded derived categories of two new classes of algebras: String Almost Gentle (SAG) algebras and SUMP algebras, as defined by A. Franco et al. These indecomposable objects are, up to isomorphism, the string and band complexes introduced by V. Bekkert and H. Merklen. To this end, we first discuss the definition of these classes of algebras, and we illustrate them with examples. Then, we prove that every almost gentle algebra, in the sense of E. Green and S. Schroll, is an algebra satisfying the *Unique Maximal Path property* or, briefly, a UMP algebra. Then, we remark that this property, which motivates the definition of SUMP algebras, is fundamental in the techniques used in the proof of our main results.

*Martes 4:05-4:25.*

### ON WEAK ANNIHILATORS AND NILPOTENT ASSOCIATED PRIMES OF NONCOMMUTATIVE RINGS

SEBASTIAN DAVID HIGUERA RINCON  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

In commutative algebra, the prime ideals and associated prime ideals are important for areas such algebraic geometry concerning the theory of primary decomposition of ideals. Let  $R$  be a ring and  $N_R$  be a right  $R$ -module. Briefly, the *right annihilator* of  $N_R$  is denoted by  $r_R(N) = \{r \in R \mid Nr = 0\}$ , and  $N_R$  is called *prime* if  $N_R \neq 0$  and  $r_R(N) = r_R(N')$ , for every submodule  $N'_R$  of  $N_R$ . If  $M_R$  is a right  $R$ -module, an ideal  $\mathfrak{p}$  of  $R$  is called an *associated prime* of  $M_R$  if there exists a prime submodule  $N_R \subseteq M_R$  such that  $\mathfrak{p} = r_R(N)$ . The set of associated primes of  $M_R$  is denoted by  $\text{Ass}(M_R)$ . One of the most important results on these ideals was proved by Brewer and Heinzer who showed that for a commutative ring  $R$ , the associated primes ideals of the commutative polynomial ring  $R[x]$  are all extended, that is, every  $\mathfrak{p} \in \text{Ass}(R[x])$  may be expressed as  $\mathfrak{p} = \mathfrak{q}[x]$ , where  $\mathfrak{q} = \mathfrak{p} \cap R \in \text{Ass}(R)$ . Later, Annin extended the result above to the noncommutative setting of skew polynomial rings  $R[x; \sigma, \delta]$  defined by Ore. Leroy and Matczuk also studied these ideals by defining a better condition than the compatibility. Finally, Niño et al. formulated this result for skew PBW extensions introduced by Gallego and Lezama .

As a generalization of right annihilators, Ouyang and Birkenmeier defined the notion of weak annihilator of a subset in a ring, and investigated its properties over skew polynomial rings. Additionally, they defined the notion of nilpotent associated prime as a generalization of associated prime, and described all nilpotent associated primes of the skew polynomial ring  $R[x; \sigma, \delta]$ . A natural task is to investigate this kind of annihilators and ideals in the context of skew PBW extensions with the aim of generalizing the results. In this talk, we will mention some definitions, remarks, and important results of the theory of weak annihilators and nilpotent associated primes ideals, following the work of Ouyang and Birkenmeier. Finally, we will talk about the results obtained by Higuera and Reyes for skew PBW extensions over NI rings, thus extending the theory developed by Ouyang and Birkenmeier.

*Martes 4:05-4:25.*

### SOME REMARKS ON THE SAGBI BASES OF SKEW POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT EXTENSIONS

YESICA PAOLA SUÁREZ GÓMEZ  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

In this talk we present some theoretical results about the SAGBI bases (Subalgebras Analogue Gröbner Basis Ideal) for the family of noncommutative rings of polynomial type known as skew Poincaré-Birkhoff-Witt extensions. We illustrate our results with several examples appearing in representation theory, quantum groups, noncommutative algebraic geometry and different algebras in theoretical physics. These results are joint with Armando Reyes.

*Martes 4:05-4:25.*

**UNA CLASIFICACIÓN PARA REPRESENTACIONES  
REGULARES SIMPLES PARA LAS ESPECIES DE TIPO (2, 2)**

PEDRO RIZZO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

HERNÁN GIRALDO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Sea  $k := \mathbb{C}((\varepsilon))$  el campo de las series de Laurent sobre los complejos. Usaremos técnicas de descenso de Galois para encontrar representantes adecuados de las representaciones regulares simples de la especie de tipo (2, 2) sobre  $k_n := k[\varepsilon^{\frac{1}{n}}]$  con  $n \in \mathbb{Z}_{>0}$ . Cabe mencionar que estas representaciones son muy importantes en la definición de las álgebras canónicas. Este trabajo se encuentra en desarrollo y está inspirado en el trabajo realizado durante mi doctorado para las especies de tipo (1, 4) sobre  $k$ .

*Miércoles 10:30-10:50.*

**ON THE STUDY OF QUANTUM GROUPOIDS AND THEIR  
ACTIONS**

FABIO CALDERÓN  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

HONGDI HUANG  
RICE UNIVERSITY

ELIZABETH WICKS  
MICROSOFT CORPORATION

ROBERT WON  
THE GEORGE WASHINGTON UNIVERSITY

In this talk, we will present a novel connection between categorical and representation-theoretic understanding of actions on algebras. A classical result states that for a field  $K$  and a group  $G$ , a  $K$ -algebra  $A$  is a  $G$ -module algebra if and only if there exists a group homomorphism from  $G$  to the group of  $K$ -algebra automorphisms of  $A$ . We extend this result to the setting of weak Hopf algebras, also known as quantum groupoids. For certain classes of weak Hopf algebras, such as groupoid algebras, we show that a  $K$ -algebra  $A$  is an  $H$ -module algebra if and only if there exists a structure-preserving map from  $H$  to a categorical object that acts faithfully on  $A$  and has the same structure as  $H$ . These results offer a powerful generalization of the classical results for groups and Lie algebras and have important implications for the study of quantum groupoids in

mathematics and physics.

*Miércoles 10:30-10:50.*

**APLICACIONES DE ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS:  
CONSTRUCCIÓN DE ALGUNAS ÁLGEBRAS NO  
ASOCIATIVAS**

WILSON ARLEY MARTINEZ FLOR  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

SAMIN INGRITH CERON BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En esta ponencia, presentamos los conceptos de Endomorfismo, Operador mediado por la izquierda, Operador diferencial y Operador de Rota-Baxter y construimos ejemplos de estas aplicaciones lineales sobre álgebras asociativas a partir de un elemento de identidad por la izquierda, idempotente sesgado o idempotente. Estos operadores sobre alguna álgebra asociativa inducen una estructura de álgebra no asociativa como el álgebra de Lie, el álgebra Pre-Lie, el álgebra de Jordan, el álgebra flexible o el álgebra de Leibniz. Consideramos como principal resultado de esta presentación la construcción de álgebras no asociativas a partir de álgebras asociativas junto con Operadores lineales. En esta charla damos ejemplos de álgebras no asociativas en subespacios de matrices cuadradas  $\mathcal{M}(3 \times 3, \mathbb{R})$ .

*Miércoles 10:30-10:50.*

**TEORÍA BURCHNALL-CHAUNDY SOBRE ÁLGEBRAS CON  
BASE PBW**

DIEGO ARTURO NIÑO TORRES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla presentaremos un recorrido a lo largo del desarrollo de la teoría Burchnall-Chaundy, explorando sus orígenes y algunas aplicaciones. Nos interesa exponer las diferentes técnicas que se han usado en las generalizaciones hechas sobre diferentes álgebras no conmutativas. Finalmente, discutiremos algunos avances y resultados obtenidos en el establecimiento de criterios que aseguren una versión de esta teoría para algunas álgebras con base PBW.

*Miércoles 10:55-11:15.*

**CUADRADOS DE PERRIN QUE SON NÚMEROS DE PERRIN**

KAREN JHUDITH SACANAMBOY RENGIFO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

ERIC FERNANDO BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JHON JAIRO BRAVO MONTENEGRO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

La sucesión entera definida por la relación de recurrencia ternaria  $R_{n+1} = R_{n-1} + R_{n-2}$  con condiciones iniciales  $R_0 = 3$ ,  $R_1 = 0$  y  $R_2 = 2$ , es conocida como la sucesión de Perrin  $(R_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ . En esta charla se presentan las soluciones de las ecuaciones diofánticas  $R_n = \pm R_m^2$  con  $(m, n) \in \mathbb{Z}^2$ .

*Miércoles 10:55-11:15.*

**CONVOLUCIÓN ENTRE SUCESIONES POLINOMIALES DE  
ORDEN DOS**

MARCOS JULIÁN MOSQUERA COLLO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Tamás Szakács en sus trabajos “Convolution of second order linear recursive sequences I” y “Convolution of second order linear recursive sequences II”, utiliza una técnica introducida por Chen Zhuoyu y Qi Lan para encontrar fórmulas simples de convolución para sucesiones lineales recurrentes. Esta técnica utiliza básicamente la función generatriz y las condiciones iniciales de cada sucesión para derivar fórmulas de convolución entre sucesiones lineales recurrentes de orden 2, bajo ciertos parámetros específicos. En este trabajo se generalizan estos resultados, en algunos casos particulares, considerando la convolución entre sucesiones polinomiales recurrentes de orden 2 y estableciendo identidades que de forma natural derivan las establecidas por Szakács.

*Miércoles 10:55-11:15.*

**ON THE FIBER PRODUCT OVER INFINITE-GENUS  
RIEMANN SURFACES**

CAMILO RAMÍREZ MALUENDAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

JOHN ARREDONDO  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KONRAD LORENZ

SAUL QUISPE  
UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA

Considering non-constant holomorphic maps  $\beta_i : S_i \rightarrow S_0$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , between non-compact Riemann surfaces for which it is associated its fiber product  $S_1 \times_{(\beta_1, \beta_2)} S_2$ . With this setting, in this paper we relate the ends space of such fiber product to the ends space of its normal fiber product. Moreover, we provide conditions on the maps  $\beta_1$  and  $\beta_2$  to guarantee connectedness on the fiber product. From these conditions, we link the ends space of fiber product with the topological type of the Riemann surfaces  $S_1$  and  $S_2$ . We also study the fiber product over infinite hyperelliptic curves and discuss its connectedness and ends space.

*Miércoles 11:20-11:40.*

**CUBOS COSTAS Y CONJUNTOS B3**

CARLOS ALBERTO TRUJILLO SOLARTE  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Geométricamente, un arreglo Costas de orden  $n$  es un conjunto con  $n$  puntos ubicados en las cuadrículas de un “tablero”  $n \times n$ , de tal forma que en cada fila y en cada columna hay uno y solo un punto, y además todos los vectores que unen los  $n(n-1)$  pares de puntos del arreglo son distintos, es decir no es posible trazar un paralelogramo entre los puntos del arreglo. John P. Costas consideró estos arreglos en 1965 cuando buscaba mejorar el rendimiento de sistemas radar y sonar (Costas, 1984). En 2017, Jonathan Jedwab y Lily Yen consideran una extensión a tres dimensiones (Jedwab & Yen, 2018). Ellos definen un cubo Costas de orden  $n$  como un arreglo de  $n$  puntos ubicados en un “cubo” de tamaño



$n \times n \times n$ , de tal forma que cada proyección bidimensional sea un arreglo Costas de orden  $n$ . Un conjunto  $A$  de enteros se llama conjunto  $B3$  si las sumas de tres elementos, no necesariamente diferentes, en  $A$  son todas distintas, salvo por la permutación de los sumandos. En estas notas presentamos una familia infinita de cubos costas que también son conjuntos  $B3$  y realizamos una comparación con los cubos Costas construidos por Jedwab-Yen. También sugerimos un concepto de cubo Costas que consideramos más natural y más restrictivo que el originalmente propuesto.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### **SOBRE CONCATENACIONES DE NÚMEROS PADOVAN Y PERRIN**

ERIC BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

La sucesión entera definida por  $P_{n+1} = P_{n-1} + P_{n-2}$  con condiciones iniciales  $P_0 = P_1 = P_2 = 1$  se conoce como la sucesión de Padovan  $(P_n)_{n \geq 0}$ . La sucesión de Perrin  $(R_n)_{n \geq 0}$  satisface la misma relación de recurrencia que la sucesión de Padovan pero con valores iniciales  $R_0 = 3$ ,  $R_1 = 0$  y  $R_2 = 2$ . En esta charla mostramos todos los números de Padovan y Perrin que son concatenaciones de dos términos de la otra sucesión. También presentamos la intersección entre estas sucesiones ternarias.

*Miércoles 11:45-12:05.*

### **CUERPOS DE FUNCIONES CICLOTÓMICOS**

JONNY FERNANDO BARRETO CASTAÑEDA  
ESCUELA SUPERIOR DE ADMINISTRACIÓN PÚBLICA

MIJAIL ESTEBAN BELTRAN  
UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

En esta presentación se pretende exponer conceptos básicos en cuerpos de funciones como el módulo de Carlitz, los cuerpos de funciones ciclotómicos y la función  $\phi$  de Euler para el anillo  $\mathbb{F}_q[T]$  (anillo de polinomios con coeficientes en un cuerpo finito). También se harán algunas observaciones sobre primos de Mersenne en dicho anillo y se sugerirán trabajos futuros en esta línea de investigación.

*Miércoles 11:45-12:05.*

### **INMERSIÓN DE UN ANILLO EN UN PRODUCTO DE CUERPOS**

CLAUDIA INÉS GRANADOS PINZÓN  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ASTRID CONTRERAS MENDOZA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

La inmersión de un anillo en un cuerpo es un tema de interés en álgebra desde 1936 cuando Malcev publicó "On the immersion of an algebraic ring into a field" [6]. A partir de allí se han hecho estudios sobre la inmersión de un anillo en un anillo con división que es una estructura con menos condiciones que la de cuerpo [1] [5].

En esta charla iniciaremos estudiando la inmersión de  $R$ , un anillo conmutativo con unidad, en un producto directo de cuerpos. En el producto de los cuerpos cocientes de  $R$  que se definen de sus ideales maximales, el homomorfismo  $\varphi$  de  $R$  en el producto directo de cuerpos cocientes está definido por la propiedad universal del producto y su núcleo está dado por  $\text{Ker}\varphi = \mathcal{J}(R)$ , donde  $\mathcal{J}(R)$  es el radical de Jacobson de  $R$ . Si  $\mathcal{J}(R) = \{0\}$ , el homomorfismo es inyectivo en el caso infinito y en el caso finito probaremos que  $\varphi$  es un isomorfismo. Posteriormente, se considera  $R$  un anillo local, es decir,  $R$  tiene un único ideal maximal. Para este caso no se cumple, y cuando  $R$  es un anillo total de fracciones con un número finito de ideales maximales, mostraremos que el homomorfismo de  $R$  en el producto de sus localizados es inyectivo. Y finalmente, si  $R$  es de la forma  $\mathbb{Z}_n$ , con  $n \neq 0$ , o  $R$  es una  $K$ -álgebra finita con  $K$  un cuerpo, tenemos que este homomorfismo es un isomorfismo.

[1] P. M. COHN. "On the Embedding of Rings in Skew fields". *Proceedings of the London Mathematical Society* (3)11, 1961, Pages 511-530.

[2] GRANADOS-PINZÓN C. Álgebras finitas sobre un cuerpo. La recta proyectiva. *Universidad de Valladolid, Departamento de Matemáticas* 2015.

[3] GRANADOS-PINZÓN C; OLAYA-LEÓN W. " $K$ -álgebras finitas conmutativas con unidad" *Ingeniería y Ciencia* vol. 12 (24), pp. 31-49, 2016.

[3] GRANADOS-PINZÓN C; Y OLAYA-LEÓN W. "Anillos totales de fracciones y anillos de Hermite" *Ciencia en Desarrollo* vol. 11 (2), pp. 131-140, 2020.

[4] GRANADOS-PINZÓN C. Y OLAYA-LEÓN W; PINZÓN-DURÁN S. "Estimación del cardinal del espectro maximal de un producto infinito de cuerpos" *Ciencia en Desarrollo* vol. 9 (2), pp. 83-93, 2018.

[5] J. L. FISHER. "Embedding Free Algebras in Skew fields". *Proceedings of the American Mathematical Society*. 30 no. 3 (1971).

[6] A. MALCEV. "On the immersion of an algebraic ring into a field". *Math. Ann.* 113,686-691 (1937).

*Miércoles 11:45-12:05.*

### **BASES DE ESPACIOS DE RIEMANN-ROCH ASOCIADOS A CUERPOS DE FUNCIONES DEFINIDOS POR POLINOMIOS LINEALIZADOS Y CÓDIGOS AG**

HORACIO NAVARRO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

En 1981, Goppa introdujo los códigos álgebra geométricos, también llamados códigos AG, como la imagen de espacios de Riemann-Roch de la función evaluación en varios lugares racionales. Es importante resaltar que, en general, el Teorema de Riemann-Roch sólo da una cota inferior para la dimensión de un código AG y que para determinar este parámetro y una matriz generadora se requiere una base del espacio de Riemann-Roch asociado. Los divisores que

definen estos espacios influyen en la distancia mínima de esta clase de códigos. En 2005, Maharaj, Matthews y Pirsic mejoraron la cota de la distancia mínima dada por Goppa usando la noción de piso de un divisor. Además, para el cuerpo de funciones Hermitiano calcularon bases explícitas de espacios de Riemann–Roch. En 2022 Garzón y Navarro generalizaron estas ideas a extensiones de tipo Kummer y construyeron códigos AG con buenos parámetros.

El propósito de esta charla es construir bases explícitas de espacios de Riemann–Roch asociados a cuerpos de funciones definidos por polinomios linealizados, calcular el piso de ciertos divisores y exhibir ejemplos de códigos AG con buenos parámetros.

*Jueves 10:30-10:50.*

### **IDENTIDADES PARA SUBESPACIOS DEL ÁLGEBRA DE WEYL PARAMETRIZADA $A_H$**

CARLOS RODRIGUEZ  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

En 2015 Benkart, Lopes y Ondrus estudiaron el álgebra asociativa unitaria de dimensión infinita  $A_h$ , generada por elementos  $x, y$  que satisfacen la relación  $yx - xy = h$  para algún  $0 \neq h \in ff[x]$ ; es decir el álgebra:

$$A_h = Fxy/(yx - xy - h).$$

En un trabajo junto al profesor Artem Lopatin, de la Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP), generalizamos  $A_h$  al álgebra  $A_h(B)$ , definida sobre una  $ff$ -álgebra fija  $B$  en lugar de  $ff$ , y describimos las identidades polinomiales para  $A_h(B)$  en el caso que  $ff$  es un cuerpo infinito y  $h \in B[x]$  satisface ciertas restricciones. Además, investigamos las identidades polinomiales estándar y minimales para ciertos subespacios de  $A_h$  sobre un cuerpo infinito  $ff$  de característica arbitraria.

*Jueves 10:30-10:50.*

## **5.2. OPTIMIZACIÓN, TEORÍA DE CONTROL Y APLICACIONES A ECONOMÍA Y CIENCIAS**

### **SENSIBILIDAD DEL CONTENIDO DE GAS ALMACENADO EN ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS A LO LARGO DE LA CORDILLERA ORIENTAL COLOMBIANA Y PIEDEMONTE LLANERO A LA HISTORIA TECTONOTERMAL DE ORÓGENOS CIRCUNDANTES**

MAURICIO A. BERMUDEZ  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

ANA RODRIGUEZ LARA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

CESAR MORA  
KUENKA ASESORIAS GEOLOGICAS SAS

En la presente investigación se realiza un estudio comparativo de la relación existente entre el contenido de gas de algunos sectores a lo largo de la Cordillera Oriental Colombiana y piedemonte llanero y la respectiva historia tectonotermal de orógenos circundantes a las cuencas sedimentarias analizadas. Este trabajo se deriva de los resultados del proyecto MINCIENCIAS-UPTC denominado: “Hábitat geológico, prospectividad, sostenibilidad socioambiental y económica del gas húmedo (GLP) en Colombia como combustible de transición energética”. Se presentan distintos casos a lo largo de las zonas previamente mencionadas y se analizan las historias termales derivadas usando dos modelamientos numéricos independientes de sistemas petrolíferos, el primero ejecutados de forma convencional (análisis de reflectancia de vitrinita, datos geoquímicos, etc.) en una dimensión, y los segundos derivados a partir del uso de datos termocronológicos existentes a través de las distintas áreas consideradas. Los resultados sugieren diversos pulsos de soterramiento-enfriamiento de las rocas reservorios, distintos períodos de migración de fluidos, una influencia significativa del patrón de fallamiento de cada una de las cuencas, todo lo anterior resalta la importancia de estructuras heredadas durante los procesos de generación de hidrocarburos, además de la importancia del flujo de fluidos y el cambio de la relación climato-tectónica a lo largo del tiempo geológico en el territorio colombiano.

*Lunes 2:45-3:05.*

### **CRIPTOSISTEMA MCELICE UTILIZANDO CÓDIGOS AG**

WILSON OLAYA LEON

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

En 1978 Robert McEliece con la publicación de su artículo “A Public-Key System Based on Algebraic Coding Theory” propone un esquema de cifrado de clave pública cuya seguridad está relacionada con la dificultad del problema de decodificación. Aunque hoy en día, utilizando computadores convencionales, no es el protocolo más utilizado para garantizar la seguridad de los procesos de comunicación, debido al gran tamaño de su clave, y no tiene la popularidad de otros criptosistemas de clave pública como el RSA basado en la dificultad de factorizar productos de dos números primos grandes; sin embargo, es actualmente uno de los pocos paradigmas criptográficos que se cree resiste a ataques con un computador cuántico, según el Instituto Estadounidense de Estándares y Tecnología (NIST por sus iniciales en Inglés).

En 1994 Peter Shor mostró un algoritmo que puede factorizar productos de dos números primos grandes de manera rápida, usando un computador cuántico. Por ende, el cifrado RSA se vuelve vulnerable cuando esté disponible un computador cuántico con la cantidad suficiente de qubits estables para implementar el algoritmo de Shor. En los últimos años, ha habido un progreso notable en el desarrollo de computadores cuánticos, máquinas que explotan los fenómenos mecánicos cuánticos para resolver problemas matemáticos que son difíciles o intratables por las computadoras convencionales. Por lo tanto, la construcción de computadores cuánticos a gran escala, comprometerá la seguridad de muchos algoritmos criptográficos de uso común, como los criptosistemas RSA, DSA y de curvas elípticas que se emplean para implementar firmas digitales y establecimiento de claves que garantizan la confidencialidad y la autenticidad de las comunicaciones actuales.

Por esta razón, en 2017 NIST abre una convocatoria en la rama de la criptografía

llamada criptografía poscuántica (también llamada criptografía cuántica resistente o cuánticamente segura) para desarrollar nuevos estándares de criptografía capaces de soportar el ataque de un computador cuántico y que puedan ser implementados en computadores convencionales. La cuarta ronda de evaluación publicada por NIST el 5 de julio de 2022 propone al protocolo criptográfico McEliece como uno de cuatro candidatos (ahora solo tres, porque en noviembre fue roto SIKE- Supersingular Isogeny Key Encapsulation) aceptables para la estandarización criptográfica poscuántica.

En esta charla presentamos el criptosistema de clave pública McEliece y los problemas actuales de investigación para su implementación empleando códigos algebraicos geométricos (AG).

*Lunes 3:10-3:30.*

### **ALGORITMO GENÉTICO PARA ESTABLECER WOLBACHIA EN POBLACIONES SILVESTRES DE MOSQUITOS AEDES AEGYPTI**

JOSE LUIS OROZCO GONZALES  
UNIVERSIDAD DE VALLE

ANTONE DOS SANTOS  
UNIVERSIDAD ESTADUAL PAULIISTA

OLGA VASILIEVA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

*Wolbachia* es una bacteria intracelular endosimbiótica que no está presente de forma natural en los mosquitos silvestres *Aedes aegypti*, pero que puede transmitirse transgénicamente mediante microinyecciones. Cuando un mosquito hembra porta *Wolbachia* en sus células, pierde la capacidad de transmitir el dengue y otras infecciones arbovirales al picar a las personas. La bacteria también otorga una ventaja reproductiva a los mosquitos infectados sobre los insectos no infectados a través de la transmisión materna y el fenotipo de incompatibilidad citoplasmática. El control biológico de infecciones humanas arbovirales basado en *Wolbachia* consiste en la liberación de mosquitos portadores de *Wolbachia* buscando como objetivo final la sustitución total o parcial de la población silvestre.

Esta presentación revisará brevemente un modelo de invasión de *Wolbachia* que se puede adaptar a dos cepas principales de *Wolbachia*, llamadas *wMel* y *wMel-Pop*, las cuales se someten a pruebas en liberaciones de campo. Además, se mostrará los resultados parciales de la implementación del algoritmo genético para optimizar las estrategias de liberación para cada cepa de *Wolbachia*, al minimizar la cantidad total de insectos liberados y el tiempo total de intervención para diferentes frecuencias de liberación.

*Lunes 3:35-3:55.*

### **MATHEMATICAL MODELING OF HIV/AIDS SPREAD IN HUMAN POPULATION**

CRISTIAN CAMILO ESPITIA MORILLO  
UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

While several studies on human immunodeficiency virus (HIV)/acquired immunodeficiency

syndrome (AIDS) in the homosexual and heterosexual population have demonstrated substantial advantages in controlling HIV transmission in these groups, the overall benefits of the models with a bisexual population and initiation of antiretroviral therapy have not had enough attention in dynamic modeling. Thus, we used a mathematical model based on studying the impacts of bisexual behavior in a global community developed in the PhD thesis work of Espitia (2021). The model is governed by a nonlinear ordinary differential equation system, the parameters of which are calibrated with data from the cumulative cases of HIV infection and AIDS reported in San Juan de Pasto in 2019. Our model estimations show which parameters are the most influential and how to modulate them to decrease the HIV infection.

*Lunes 4:00-4:20.*

### **PROPUESTA DE MEJORA PARA UN ALGORITMO QUE IDENTIFICA PROTEÍNAS COMO PALABRAS CÓDIGO**

MAURICIO FRIERI BUSTOS  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

DIANA HAIDIVE BUENO CARREÑO  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

MARIO ENRIQUE DUARTE GONZALEZ  
DYG REPRESENTACIONES

In recent work, it has been successfully investigated the possible relationship between protein synthesis process and digital transmission systems. Progress in this matter could lead to conclusion about evolution and connection between species. From Code Theory, biological sequences have been identified as code words of BCH codes in order to verify the validity of this model. Three algorithms that allow to identify odd length biological sequences of amino acids as code words of cyclic codes were designed in the article “Construction of Cyclic Codes over  $\mathbb{Z}_{20}$  for Identifying Proteins”, however, a formal foundation of the algorithms was not made. This work gives the proper mathematical foundation to all three algorithms, provides examples for each one and an improvement proposal is made in form of the BDF conjecture.

*Martes 10:30-10:50.*

### **UN MÉTODO INEXACTO SUAVIZADO PARA COMPLEMENTARIEDAD NO LINEAL**

WILMER SANCHEZ GRUESO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

CARLOS ANDRES ARIAS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

ROSANA PÉREZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En este trabajo proponemos un algoritmo tipo Newton inexacto suavizado para resolver problemas de complementariedad no lineal mediante su reformulación como un sistema de ecuaciones no lineales. Demostramos que este converge hasta cuadráticamente a la solución del problema y presentamos algunos experimentos

numéricos que muestran el buen comportamiento del algoritmo.

*Martes 10:55-11:15.*

**MÉTODOS SECANTES DE CAMBIO MÍNIMO PARA  
RESOLVER EL PROBLEMA DE COMPLEMENTARIEDAD  
GENERALIZADO**

HEVERT VIVAS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Teniendo en cuenta que los métodos secantes de cambio mínimo tienen muy buenas propiedades de convergencia, proporcionan una alternativa de trabajo en la solución de sistemas de ecuaciones no lineales y se han obtenido buenos resultados en el caso particular de problemas de complementariedad no lineal, en este trabajo usamos, por primera vez, dichos métodos para resolver el problema de complementariedad generalizado. En efecto, proponemos una familia de métodos secantes de cambio mínimo, desarrollamos su respectiva teoría de convergencia y analizamos su desempeño numérico.

*Martes 11:20-11:40.*

**UN NUEVO ALGORITMO CUASI-NEWTON PARA  
ECUACIONES POLINÓMICAS MATRICIALES**

EDUARD MAURICIO MACIAS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

ROSANA PÉREZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

HECTOR JAIRO MARTINEZ  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

En este trabajo proponemos un algoritmo cuasi-Newton para resolver una ecuación polinómica matricial, el cual puede verse como una generalización del algoritmo del mismo tipo para resolver la ecuación cuadrática matricial. El algoritmo propuesto reduce el costo computacional del método de Newton-Schur tradicionalmente usado para resolver este tipo de ecuaciones. Demostramos que dicho algoritmo es local y hasta cuadráticamente convergente. Finalmente, presentamos experimentos numéricos que ratifican los resultados teóricos desarrollados.

*Martes 11:45-12:05.*

**IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA CALCULAR  
LA DISTANCIA  $MATHBBB$ -APARENTE DE CÓDIGOS  
ABELIANOS BIVARIADOS**

DIANA BUENO CARREÑO  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

JAN MEDINA-LOPEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

JONATHAN BESALEL VALLE  
RAPPI

Los códigos abelianos, y en particular los códigos cíclicos, son de gran interés en la Teoría de Códigos, esto debido a que sus estructuras algebraicas permiten

la construcción de algoritmos de codificación y decodificación eficientes. Este proceso es esencial para que se de una transmisión de datos fidedigna entre dos partes (un emisor y un receptor) a través de un canal potencialmente ruidoso y su éxito está estrechamente relacionado con el parámetro distancia mínima.

En esta charla presentaremos una familia de cotas para la distancia mínima de códigos abelianos, introduciendo las nociones de  $ds$ - Bounds y las distancias delta y  $\mathbb{B}$ -aparente como fueron planteadas en la publicación de Bernal, Guerreiro y Simón titulada “*From ds-bounds for cyclic codes to true minimum distance for abelian codes*”. Luego, presentaremos la implementación de algoritmos en el lenguaje SageMath que muestran el funcionamiento de dichos conceptos en la práctica.

*Miércoles 10:30-10:50.*

### **MODELANDO PROPIEDADES FISIOLÓGICAS DE PLÁSMIDOS CONJUGATIVOS EN LA RESISTENCIA ANTIBIÓTICA**

EDUARDO IBARGÜEN MONDRAGON  
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

La resistencia antibiótica está entre los 10 principales problemas de salud pública que más afectan a la humanidad. Más aún, la Organización Mundial de la Salud ha puesto de manifiesto que bajo las condiciones actuales estaríamos cerca de alcanzar la era post-antibiótica, en la cual un individuo que padece una infección común podría morir por falta de medicamentos eficaces. En particular, la resistencia mediada por plásmidos ha aumentado considerablemente en las últimas décadas. Un gran obstáculo para superar esta amenaza global es la falta de conocimiento sobre la biología de los plásmidos y el papel que juega dentro de la resistencia antibiótica. En este sentido, se han unido esfuerzos desde diferentes áreas del conocimiento para aportar a la solución de este problema. En este trabajo se estudia la dinámica de interacción entre cepas de bacterias donantes y receptoras de plásmidos conjugativos portadores de genes de resistencia por medios de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con el propósito de analizar propiedades fisiológicas (replicación, transferencia, autorregulación, costo biológico, estabilidad estructural, entre otros) de los plásmidos. Los resultados obtenidos son acordes con el fenómeno biológico estudiado, y sugieren escenarios tales como: una razón de cambio positiva de la tasa de replicación con respecto a la población de bacterias portadoras está asociada con el proceso de autorregulación del crecimiento bacteriano para controlar la transferencia de plásmidos conjugativos de resistencia.

*Miércoles 10:55-11:15.*

### **UN ALGORITMO LOCAL CUASI-NEWTON SUAVIZADO PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE COMPLEMENTARIEDAD NO LINEAL**

DIEGO RAMIRO CORREA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

CAMILA QUIRA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

ROSANA PÉREZ



UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FAVIÁN ARENAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Debido a la importancia y efectividad del método con jacobiano suavizado o cuasi-Newton suavizado para resolver el problema de complementariedad no lineal, y que la función de complementariedad Mínimo no ha sido usada en conexión con dichos métodos, en el presente trabajo se propone un algoritmo de ese tipo, con dicha función y una suavización de la misma. Se demuestra que bajo ciertas hipótesis el algoritmo propuesto converge local y  $q$ -cuadráticamente. Además, se presentan pruebas numéricas que muestran un buen desempeño del algoritmo.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### **5.3. TEORÍA DE OPERADORES, ANÁLISIS NUMÉRICO Y CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

#### **UN MÉTODO NUMÉRICO ADAPTATIVO DE ELEMENTOS VIRTUALES PARA EL PROBLEMA DE VIBRACIÓN ACÚSTICA**

IVAN VELÁSQUEZ

UNIVERSIDAD DEL SINÚ ELÍAS BECHARA ZAINÚM

In two dimensions, we propose and analyze an a posteriori error estimator for the acoustic spectral problem based on the virtual element method in  $H(\text{div}; O)$ . Introducing an auxiliary unknown, we use the fact that the primal formulation of the acoustic problem is equivalent to a mixed formulation, in order to prove a superconvergence result, necessary to dispense high order terms. Under the virtual element approach, we prove that our local indicator is reliable and globally efficient in the  $L^2$ -norm. We provide numerical results to assess the performance of the proposed error estimator.

*Lunes 2:45-3:05.*

#### **FILTRADO DE DIFUSIÓN ANISOTRÓPICA BAJO ESQUEMAS DE DIFERENCIAS FINITAS MIMÉTICAS PARA LA DETECCIÓN DE SOSPECHOSOS DE GLAUCOMA A PARTIR DE IMÁGENES DEL FONDO DE OJO**

JORGE VILLAMIZAR

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

El glaucoma es una enfermedad asintomática y silenciosa que afecta la visión de las personas y es una de las primeras causas de ceguera irreversible en adultos mayores de 40 años en el mundo, por lo que un diagnóstico y un tratamiento a tiempo puede evitar su progresión. En trabajo previo de los autores, se presenta una herramienta computacional para la detección automática de glaucoma, mostrando una mejora en la precisión en comparación con otros métodos clásicos. Sin embargo, esta herramienta es sensible a la calidad de la imagen de

entrada, por lo que se propone el uso de filtros que atenúen el ruido y preserven información esencial. Los filtros anisotrópicos han sido estudiados ampliamente para la detección de bordes en el procesamiento de imágenes digitales. Se ha prestado especial atención al modelo de Perona-Malik en el análisis de imágenes multiescala para la restauración de imágenes. En un trabajo reciente de los autores se desarrolló una implementación de dicho filtrado mediante métodos de diferencias finitas miméticas que preservan las características continuas de los operadores de divergencia y gradiente del coeficiente de difusión en el modelo de Perona-Malik. Se busca probar la efectividad de identificar sospechosos de glaucoma a partir del procesamiento de imágenes de fondo de ojo. En este trabajo se procesaron 1084 imágenes recopiladas del Centro de Prevención y Consultoría en Glaucoma.

*Lunes 3:10-3:30.*

### **MÉTODOS MULTIESCALA GENERALIZADOS PARA FLUJO EN MEDIOS POROSOS COMPLEJOS Y SUS APLICACIONES**

LUIS F. CONTRERAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

JUAN GALVIS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta presentación, se aborda la aproximación de la solución numérica de un problema de represa con frontera libre sobre un medio de alto contraste multiescala, aplicando el Método de Elementos finitos Generalizados Multiescala (GMsFEM). La motivación para usar el enfoque GMsFEM proviene de la naturaleza multiescala de los medios porosos debido a su permeabilidad de alto contraste, aunque se puede formular el problema de la represa con frontera libre con elementos finitos clásicos, sería necesario una resolución muy alta para obtener resultados confiables, que recuperen la naturaleza multiescala. Es ahí donde el método GMsFEM proporciona resultados numéricos que capturan el comportamiento de la solución debido a las variaciones del coeficiente en la resolución fina, resolviendo sistemas lineales con un tamaño proporcional al número de bloques gruesos de una malla gruesa, obteniendo así una aproximación de la presión y la saturación dentro de la represa.

*Lunes 3:35-3:55.*

### **OPTIMIZACIÓN EN EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, CASO ELEMENTO FINITO PRISMÁTICO TRIANGULAR DE 15 NODOS**

JUAN CARLOS OSORIO  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

Los elementos finitos que poseen más de un nodo en sus aristas tienden a acoplarse mejor a los bordes del continuo que los elementos con aristas lineales, por lo tanto, en este trabajo generalizaremos los resultados de optimización obtenidos para el elemento prismático triangular de 6 nodos, ahora para el elemento prismático triangular y curvo de 15 nodos. Para este elemento la matriz de rigidez  $K(e)$  es de orden  $45 \times 45$ , la cual por ser simétrica solo se calcularán 1035 términos de la misma. Dado que estos términos vienen definidos mediante integrales triples sobre el elemento finito de funciones racionales, cuyos denominadores son polinomios que pueden asumir valores muy cercanos a

cero, presentándose errores al momento de su obtención y que los calculistas se conforman con solo aproximar los resultados. En virtud a esto, en este trabajo se deducen ecuaciones que nos ayuden a obtener 315 de los, 1035 términos a calcular (lo que representa un 30,43 %) de una manera sencilla y con las cuales, si ya se obtienen algunos de los términos de la matriz de rigidez con la precisión deseada (de manera exacta o por cualquier método de aproximación elegido) entonces los términos que se encuentran con dichas ecuaciones mantendrán la misma precisión.

*Lunes 4:00-4:20.*

### **PROBLEMA DE CONTROL ÓPTIMO DE UNA ÓRBITA PARA UN SATÉLITE DE COMUNICACIÓN USANDO SALTOS MARKOVIANOS EN LOS PARÁMETROS DEL MODELO**

ALFREDO ROA  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

Presentaremos el problema de un satélite que orbita alrededor de la Tierra, en el que diversas fuerzas ejercen influencia en la posición del satélite haciendo con que éste se aparte de su órbita. Debido a dinámicas en el movimiento orbital del satélite que son claramente susceptibles de ocurrir, consideraremos un modelo que se espera sea el que mejor se aproxime a la descripción de tal fenómeno. El principal objetivo del problema es la implementación de acciones de control óptimas que minimicen gastos energéticos y mantengan el satélite en órbita. Por tal razón, abordaremos un modelo de regulador lineal cuadrático (LQR por su sigla en inglés) de horizonte finito, consistiendo de la minimización de un funcional de costo cuadrático sujeto a la dinámica de un sistema lineal con saltos Markovianos (SLSM) que describe la relación entre los distintos modos de operación del sistema orbital: 1. ambos propulsores activos; 2. sólo el propulsor radial activo; 3. sólo el propulsor tangencial activo; 4. ninguno de los dos propulsores activos. El problema LQR con saltos de horizonte finito es resuelto desde un abordaje determinístico, alternativo, que permite obtener el valor óptimo del funcional de costo cuadrático en términos de una cierta colección de matrices de segundo momento de la trayectoria de estado del sistema.

*Martes 10:30-10:50.*

### **ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA Y OPTIMIZACIÓN METAHEURÍSTICA APLICADO AL BEAMFORMING ADAPTATIVO DE ARREGLOS PLANOS MIMO MASIVO**

JAN POLANCO  
UNIVERSIDAD PONTIFICIA JAVERIANA DE CALI

La tecnología MIMO masivo es una tendencia actual en las comunicaciones inalámbricas que mejora significativamente la capacidad y eficiencia del sistema. El Beamforming adaptativo ajusta el patrón de radiación de las antenas para lograr una señal óptima en la dirección deseada y minimizar la interferencia en otras direcciones. En este trabajo, se comparan los algoritmos de optimización utilizados en el problema del Beamforming adaptativo de un arreglo plano de antenas  $8 \times 8$  MIMO masivo. Se realizará un análisis comparativo entre la Optimización Clásica y la Optimización metaheurística, evaluando características,

propiedades y variables relevantes de cada algoritmo. Se establecerán los cálculos necesarios de la función objetivo para verificar los diagramas de radiación de los arreglos planos y se implementarán características relevantes de cada algoritmo en términos del Beamforming adaptativo. Para lograr estos objetivos, se diseñará un experimento del Beamforming adaptativo para analizar el desempeño de cada uno de los algoritmos y se realizará un análisis estadístico sobre los resultados obtenidos. Este estudio contribuirá al conocimiento en el área de la optimización de sistemas de comunicación inalámbrica y proporcionará información valiosa para la selección del mejor algoritmo de optimización en el problema del Beamforming adaptativo.

*Martes 10:55-11:15.*

### **APROXIMACIONES $L1$ Y $L1-2$ DE LA DERIVADA FRACCIONARIA $\psi$ -CAPUTO**

MARTHA PARRA  
UNIVERSIDAD ESTATAL DE CAMPINAS

En esta ponencia, se quiere presentar dos aproximaciones numéricas, usando el método de diferencias finitas para aproximar la derivada  $\psi$ -Caputo; llamadas aproximación  $L1$  e  $L1-2$ , respectivamente. Para esto, primeramente hablaremos de la historia del cálculo fraccionario, luego se presentarán algunos operadores fraccionarios y finalmente se estudiará el desenvolvimiento de dichas aproximaciones y se mostraran algunos experimentos numéricos.

*Martes 11:20-11:40*

### **REAL-TIME IMPLEMENTATION OF A DISCRETE FRACTIONAL-ORDER PID CONTROL**

CARLOS ALBERTO RAMIREZ VANEGAS  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

En este trabajo, se presenta una implementación en tiempo discreto de un control PID de orden fraccional. Emparejando la respuesta de bucle cerrado de PID de orden entero y fraccionario sobre el sistema simulado. La respuesta de bucle cerrado del sistema real se evalúa bajo dos tipos de señales de referencia: señal cuadrada y señal sinusoidal.

*Martes 11:45-12:05.*

### **ESQUEMAS MIMÉTICOS APLICADOS A LA ECUACIÓN DE CONVECCIÓN-DIFUSIÓN: UNA COMPARACIÓN NUMÉRICA**

JORGE OSPINO PORTILLO  
UNIVERSIDAD DEL NORTE

JORGE VILLAMIZAR  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES VENEZUELA

GIOVANNI CALDERON  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES VENEZUELA

Los Esquemas de Diferencias finitas Miméticas (DFM) están cada vez más presentes en la resolución numérica de problemas transitorios, pues estos resultan

más precisos que los esquemas tradicionales de Diferencias finitas (DF). No obstante, existen métodos en DF que usan combinaciones apropiadas de esquemas en distintos nodos con el fin de eliminar la difusión numérica del método. En estos casos, los métodos DF resultan más precisos que los DFM. En este trabajo se parte de la ecuación de convección-difusión de un fluido incompresible  $\partial u + v \cdot \Delta u = \Delta \cdot K \Delta u$  (1), donde  $u(x, t)$  representa la incógnita del problema,  $v(x, t)$  la velocidad,  $K$  es el tensor de difusión, y se definen DFM que eliminan la difusión numérica que presentan los esquemas tradicionales DFM. Para medir la efectividad de los esquemas miméticos, para distintas configuraciones de (1), se comparan con los esquemas equivalentes en DF con el mismo orden de precisión que el DFM; para tal fin, se toman los esquemas de segundo orden. Finalmente, se realizan diferentes comparaciones para verificar los resultados obtenidos por los esquemas dados.

*Miércoles 10:30-10:50.*

**ON THE NUMERICAL STUDY OF TUMORAL INVASION  
MODELS INCLUDING TAXIS PHENOMENA**

DIEGO ARMANDO RUEDA-GOMEZ  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Tissue invasion represents one of the most critical steps in cancer metastasis, which is characterized essentially by four hallmark features, namely, the cancer cell adhesion to the surrounding tissue or extracellular matrix, the secretion of the matrix degrading enzymes and the degradation of extracellular matrix, the migration of the cancer cells, and the proliferation of tumor cells. In order to describe the cancer invasion mechanism, a variety of mathematical models have been proposed in recent years. In this talk, we focus on the numerical analysis of PDE-ODE systems describing the invasion of host tissue by tumor cells through chemotaxis and haptotaxis phenomena. We propose fully discrete finite element schemes for which we study some properties such that well-posedness, positivity, uniform estimates, error estimates and convergence towards regular solutions.

*Miércoles 10:55-11:05.*

**LA COMPLEJIDAD DEL MODELO SUPPORT-MINORS PARA  
RESOLVER EL PROBLEMA DE RANGO MÍNIMO**

LUIS DAVID VILLOTA VELASCO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN

El trabajo de grado “La Complejidad del Modelo Support-Minors para Resolver el Problema de Rango Mínimo” presentado por el estudiante Luis David Villota Velasco, se centra en la descripción detallada del modelo Support-Minors y de su complejidad. Este modelo se encuentra en el marco de la criptografía postcuántica, es decir, algoritmos criptográficos que sean resistentes a ataques efectuados mediante computación cuántica.

El desarrollo de los ordenadores cuánticos en los últimos 40 años ha hecho que los expertos en el tema pronostiquen que esta tecnología será viable en los próximos años. En esta última, la presencia de computadores cuánticos y la velocidad que promete su procesamiento cambia ciertos paradigmas acerca de ciertos problemas que eran intratables para un ordenador clásico. Por ejemplo, el problema de factorizar números grandes en factores primos que es difícil para un computador clásico se puede resolver de manera eficiente en un computador cuántico

mediante el algoritmo de Shor. De esta forma se podría romper ciertos esquemas de seguridad que se manejan actualmente. Debido a esto, la investigación en el campo de la criptografía ha empezado a buscar nuevos esquemas basados en problemas difíciles, incluso para máquinas cuánticas. Una de estas propuestas se basa en encontrar las raíces de un sistema de polinomios multivariados. Los esquemas criptográficos basados en este problema se encuentran en el marco de la criptografía de llave pública multivariada, con sus siglas en inglés MPKC. En estos criptosistemas se emplea un mapeo principal sobre una extensión de campo, este a su vez puede ser representado por una matriz que resulta ser de rango bajo por restricciones en sus parámetros. Como consecuencia, los ataques propuestos a estos criptosistemas aprovechan el rango bajo de esta matriz, y el problema se reduce en encontrar una combinación lineal de algunas matrices dadas, tal que la matriz resultante sea de rango bajo. El planteamiento de este problema en una versión general se conoce como el problema del rango mínimo. Estimar la complejidad de resolver el problema de rango mínimo es fundamental para establecer la seguridad de los criptosistemas basados en MPKC.

Se han sugerido varios métodos con el fin de resolver el problema del rango mínimo, todos ellos aprovechan la premisa del rango bajo de la matriz desconocida. El primero de ellos fue el modelo de Kipnis-Shamir (KS), después apareció el modelado de menores, y más recientemente en 2020 se introduce el modelo support minors (SM). Este último es el más eficiente a la fecha desde el punto de vista de la complejidad, por esta razón los esfuerzos se centran en la estimación teórica de la complejidad en función de los parámetros en el problema del rango mínimo.

El trabajo de grado aborda varios problemas. El primero es el de mejorar la comprensión de la complejidad del modelo (SM) usado para resolver el problema enunciado anteriormente. Otro es reescribir algunas heurísticas dadas en el artículo de Bardet et al. de 2020, de vital importancia en el aspecto de la complejidad de (SM) y corroborarlas. El último es establecer cotas para algunos parámetros que determinan la complejidad del modelo (SM), esto se hace con la ayuda de teoría de invariantes algebraicos sobre  $R = \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$ . Para la elaboración de este trabajo de grado se emplearon fuentes bibliográficas como libros académicos, artículos de investigación y algunas tesis de doctorado. En cuanto a los experimentos propios, se hizo una corroboración exitosa de varias heurísticas dadas en el artículo de Bardet et al. de 2020 y se observó una posible relación del *last fall degree* como una cota del parámetro que domina la complejidad en el modelo SM.

*Miércoles 11:20-11:40.*

## UNA CONEXIÓN ENTRE GRAMÁTICAS Y POLINOMIOS DE FIBONACCI

JUAN GABRIEL TRIANA LAVERDE  
UNIVERSITARIA AGUSTINIANA

Los conceptos de función formal y operador derivada formal fueron presentados por William Chen en 1993, dando origen a un cálculo gramatical con diversas aplicaciones en combinatoria. Dado un alfabeto  $\Sigma$  se define una función formal de la siguiente manera: cada  $a \in \Sigma$  es una función formal; si  $u$  y  $v$  son funciones formales, entonces  $u + v$  y  $u - v$  son funciones formales; si  $f(x)$  es una función analítica, y  $u$  es una función formal, entonces  $f(u)$  es una función formal; cada

función formal es construida a partir de un número finito de pasos.

Dado un alfabeto  $\Sigma$  y un conjunto  $G$  formado por reglas de producción de la forma  $a \rightarrow u$ , donde  $a \in \Sigma$  y  $u$  es una función formal, se define el operador derivada formal  $D$ , con respecto a  $G$ , de tal forma que  $D(a) = u$  si existe en  $G$  una producción tal que  $a \rightarrow u$ ; en otro caso  $D(a) = 0$ .

Los polinomios de Fibonacci son dados por la recurrencia

$$F_n(x) = xF_{n-1}(x) + F_{n-2}(x) \quad \text{para } n > 1,$$

con  $F_0(x) = 0$  y  $F_1(x) = 1$ . En esta charla se presenta una gramática independiente del contexto que permite generar polinomios de Fibonacci y se demuestra con ella la identidad de Honsberger de  $n$  términos para polinomios de Fibonacci; además, se extiende el operador  $D$  a gramáticas matriciales y se muestra que con estas gramáticas también es posible generar los polinomios de Fibonacci.

*Miércoles 11:45-12:05.*

## **RESIDUAL-BASED A POSTERIORI ERROR ESTIMATION FOR MIXED VIRTUAL ELEMENT METHODS**

MAURICIO MUNAR

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

In this talk, we present an a posteriori error analysis for the mixed virtual element method applied to second order elliptic equations in general. The resulting error estimator is of residual-type. Via the inclusion of a fully local post-processing of the mixed VEM solution, we show that the estimator provides a reliable and efficient control between the exact and the post-processed flux. Numerical examples confirm the theoretical properties of our estimator, and show that it can be effectively used to drive an adaptive mesh refinement algorithm.

*Jueves 10:30-10:50*

## **MODELO MATEMÁTICO DE LA FASE INICIAL DE LA PANDEMIA DE COVID-19 MEDIANTE EL USO DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON RETARDO**

MIGUEL SAENZ

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

ABRAHAM ARENAS

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

GILBERTO GONZALEZ PARRA

NEW MEXICO TECH

En este trabajo se presenta un modelo matemático para la transmisión del virus COVID-19, dado por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con retardo. Las ecuaciones describen la dinámica de la enfermedad en función del tiempo, incluyendo la población de susceptibles, infectados sintomáticos, infectados asintomáticos y recuperados.

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= \Lambda + \eta R(t) - \beta_I S(t)I(t) - \beta_A S(t)A(t) - \mu S(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= (1-a) [\beta_I S(t-\tau)I(t-\tau) + \beta_A S(t-\tau)A(t-\tau)] e^{-\mu\tau} - (\mu + \delta_I + \delta)I(t) \\ \frac{dA(t)}{dt} &= a [\beta_I S(t-\tau)I(t-\tau) + \beta_A S(t-\tau)A(t-\tau)] e^{-\mu\tau} - (\mu + \delta_A)A(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \delta_A A(t) + \delta_I I(t) - (\eta + \mu)R(t).\end{aligned}$$

Se realizó un análisis dinámico y simulación numérica del modelo para determinar umbrales de los parámetros y se diseñó un esquema numérico en MATLAB para estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio y del modelo en general. *Jueves 10:55-11:15.*

### **RECOMMENDER SYSTEMS BASED ON MATRIX FACTORIZATION AND THE PROPERTIES OF INFERRED**

SANTIAGO URIBE PASTAS  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

CARLOS ERNESTO RAMIREZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

JORGE FINKE ORTIZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

Recommender Systems are a vital part of companies with an active participation on the web. These companies require strategies that allow them to take advantage of product ratings from users in order to provide future recommendations to other users. In the last decade, several algorithms have been developed for movie recommendation, being Matrix Factorization algorithm one of the most popular. Our approach is to evaluate the performance of this recommendation algorithm in scenarios where underlying social networks, which characterize certain type of interactions between users, can be inferred. In particular, the MovieLens dataset is used, which consists of approximately one hundred thousand ratings by 671 users on 9066 movies, during the period from March 29, 1996 to September 24, 2018.

*Jueves 11:20-11:40.*

### **RESILIENCIA EN REDES HETEROGÉNEAS CON CRECIMIENTO PREFERENCIAL**

CRISTIAN ANGULO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Dado que las redes pueden representar sistemas esenciales, como por ejemplo un sistema de transporte urbano en una ciudad o un sistema aeroportuario, una falla en la red puede traer consecuencias de alto costo y generar daños, no solo en la parte afectada, sino en gran parte de la red. Estos ataques incluso pueden terminar causando un daño completo de la red, debido al efecto cascada, el cual consiste en la proliferación de daños a través de una red. De allí surge la importancia de analizar la resiliencia de las redes, e identificar cómo estas se



pueden recuperar después de un ataque. En esta propuesta buscamos evaluar la resiliencia de redes heterogéneas con conexión preferencial, es decir, la capacidad que tienen estas redes en recuperarse a una falla o ataque dirigido y la velocidad con que se recuperan algunas de sus propiedades estructurales.

*Jueves 11:45-12:05.*

## 5.4. HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

### EL INFINITESIMAL, UNA NOCIÓN DE MÚLTIPLES ROSTROS

HAROL RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

El presente trabajo pretende evidenciar que la noción de infinitesimal a adquirido múltiples semblantes a lo largo del devenir histórico de las Matemáticas, mostrando cómo este ha hecho parte y ha conducido a la construcción de objetos matemáticos más sofisticados, en los cuales se esconde su sentido y significado. Así, el propósito que aquí se persigue es el reconocimiento de hitos históricos de las Matemáticas en los cuales se logra identificar que el infinitesimal está presente, con el fin de apreciar sus posibles cambios conceptuales y representativos. Bajo esta óptica, comenzamos desde la escuela pitagórica y el problema de la inconmensurabilidad dando una mirada cronológica a esta historia; abordamos luego algunas ideas de matemáticos escolásticos y del Renacimiento que nos llevan hasta los resultados de Newton y Leibniz, en los cuales la ausencia de rigurosidad y la abundancia de misticismo dan lugar a las críticas de Berkeley y Marx, que finalmente son aliviadas con la llegada de la relación  $\epsilon$ -delta como herramienta matemática rigurosa que posibilita el destierro de los infinitesimales.

En contraste con ello, manifestamos su resurrección como trabajo del matemático y lógico Abraham Robinson en el siglo XX. Una vez hecho esto, más allá del deleite y el placer intelectual que se consigue al estudiar y ahondar en esta noción, damos unas pinzadas sobre el provecho o beneficio que puede tener para un profesor de matemáticas el recorrido y la caracterización histórica de esta idea.

*Lunes 4:05-4:25.*

### UN CRITERIO DE MEDIBILIDAD DE FUNCIONES: LA $C$ -PROPIEDAD

JOSE DAVID SOLARTE BALLESTEROS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En esta ponencia, presentaremos una investigación histórica y epistemológica sobre los teoremas de D.F.Egórov y N.N. Lúzin. En el contexto de la teoría de la medida, analizaremos los elementos teóricos que dieron lugar al establecimiento del teorema principal de Lúzin, que establece una relación entre las funciones medibles y la  $C$ -propiedad. Mostraremos cómo a partir del teorema de Egórov, Lúzin concluye que una función medible es una función continua, salvo por un conjunto de puntos de medida arbitrariamente pequeña. Además, señalaremos la influencia de estos teoremas en el desarrollo de la teoría de la medida.

*Martes 10:30-10:50.*

## DESARROLLO HISTÓRICO DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

El concepto de ondículas (wavelet o ondelette) sus inicios se originan con Jean Morlet geofísico francés (1931-2007) a finales de los 70, con el estudio de reflejo de señales a través de sensores que registran señales sísmicas provenientes del interior de la tierra, estas señales presentan patrones de tipo transitorio, su estudio se fundamentaba en procesar con técnicas convencionales como con análisis de Fourier; sin embargo, la aparecían artefactos de tipo número genera ciertos inconvenientes por lo que para evitar esto, se introduce nociones de teoría de ondículas. Algunos de los escritos destacados de Jean Morlet en ondículas fueron:

- Wave propagation and sampling theory 1982 con sus colaboradores Arens, Fourgeau, Glard.
- Cycle-octave and related transform in seismic signal analysis este lo elaboró junto con Goupillaud P, Grossmann A, Morlet J.

La estructura matemática de las ondículas comienza por Pierre Goupillaud, Alex Grossmann y Jean Morlet (su formulación es lo que hoy se conoce como transformada de ondícula continua) la palabra original para las wavelet inicio en francés con la palabra ondelette, introducido por Jean Morlet y Alex Grossmann el cual ha sido traducido a la lengua inglesa como wavelet y en español con la palabra ondícula son útiles para el análisis de señales. Las transformadas de ondículas están relacionadas con el análisis armónico y su análisis representacional puede ser con respecto al tiempo-frecuencia, se clasifican entre continuas y discretas. Yves Meyer establece la relación de la descomposición de señales en ondículas y el Análisis Armónico, a continuación se menciona algunas de las publicaciones y aportes de ondículas: Yves Meyer, en sus notas que surgen de las exposiciones en el Seminario Bourbaki del curso 1985-86. Yves Meyer con P. G. Lemarié El artículo en la Revista Matemática Iberoamericana 1986. De forma histórica la evolución de las ondículas enlaza varias líneas de pensamiento, dentro de estas líneas de pensamiento encontramos los aportes matemático húngaro Alfred Haar de origen judío (1885-1933) reconocido por sus trabajos en la medida de Haar (la cual asigna una medida al volumen invariante a subconjuntos de grupos topológicos localmente compactos), la ondícula de Haar y la transformada de Haar (es una secuencia particular de funciones conocida como el primer wavelet). Jan Olov Strömberg aportó en campo de las ondículas de tipo discreto, se reconoce actualmente la Strömberg wavelet que es una cierta ondícula ortonormal. Stéphane Mallat (nació en 1962) es un francés que trabaja en matemática aplicada dentro de sus grandes aportes en 1980 a 1980 aporta al estudio de la teoría de ondículas, haciendo uso del concepto de Análisis Multirresolución se refiere a una forma en la que se pueden extraer las ondículas 1989 (fue desarrollado con la ayuda de Y. Meyer en el otoño de 1986). Ingrid Daubechies precursor del Análisis Multirresolución, para construir ondículas ortonormales con soporte semejantes, pero de mayor suavidad, que la desarrollada por Alfred Haar en 1910. Las bases ortonormales de bases wavelet de soporte compacto corresponden a esquemas de codificación de subbanda con reconstrucción exacta en los que coinciden los filtros de análisis y síntesis. R. Coifman, Y.

Meyer, y V. M. Wickerhauser hicieron aportes en los paquetes de ondículas que permite seleccionar una transformada de ondícula de varias. A. Cohen, I. Daubechies y J. C. Feauveau desarrollaron las ondículas biortogonales con soporte compacto más flexibles que las ondículas ortogonales de Ingrid Daubechies. Los esquemas de reconstrucción exactos con filtros de síntesis diferentes de los filtros de análisis dan lugar a dos bases duales de Riesz de wavelets de soporte compacto. Damos las condiciones necesarias y suficientes para la biortogonalidad de las funciones de escala correspondientes, y presentamos las condiciones suficientes para el decaimiento de sus transformadas de Fourier.

*Martes 10:55-11:15.*

**PROPUESTA DE MODELO MATEMÁTICO PARA LA  
MEDICIÓN DE LA PERMANENCIA DE LOS ESTUDIANTES  
DE LA UTS: DATA 2022**

L. BREHSNER SEPÚLVEDA  
UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA

CYNDI J. OSPINA GARCÍA  
UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA

Las instituciones de educación superior (IES) en Colombia se enfrentan a los retos de mejorar el tránsito de los estudiantes y de mantener una tasa aceptable de graduación en cada uno de sus programas en el transcurso de los años venideros (ver, García Botero et al. [1]). Bajo este contexto, presentaremos durante la charla una investigación en el área de simulación de eventos discretos en el que se desarrolla un modelo que describe el recorrido de los estudiantes en los programas académicos dentro los programas en la Universidad Tecnológica de Santander (IES – UTS) con ciertos parámetros previamente establecidos. En este modelo matemático, por ejemplo, haciendo uso de la simulación discreta y con datos de la Universidad del año 2022, se presenta una proyección sobre el número de estudiantes que se gradúan oportunamente en el primer ciclo propedéutico, además, se muestra la proyección sobre el rango de población estudiantil que les tomaría terminar dicha carrera en un determinado tiempo.

[1] L. GARCÍA BOTERO; A. J. AGUILAR BARRETO; A. E. PARADA TRUJILLO. Deserción Universitaria en el Contexto Colombiano: Recorrido Diacrónico entre el 2018 y 2022. *Revista Senderos Pedagógicos*, vol. 13, no. 13, jun. 2022.

[2] J. BANKS. Discrete-event system simulation. Upper Saddle River. *NJ: Prentice Hall*, 2010.

*Martes 11:20-11:40.*

**FORTALECIENDO LOS CIMIENTOS DE LAS MATEMÁTICAS**

ANGIE RINCÓN  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

A medida que la matemática iba avanzando debido a los descubrimientos realizados, surgió una gran pregunta: ¿Los cimientos de la matemática pueden soportar el peso de esta?, lo cual generó que muchos matemáticos empezaran a indagar y a poner en cuestión los conceptos fundamentales de donde partía toda

la matemática, empezando por uno muy importante: la definición de número, pues los matemáticos se habían enfocado en encontrar propiedades de estos y darle una utilidad, más no los habían definido formalmente. Todos podemos comprender para qué nos sirven los números, y cada uno de nosotros tenemos concepciones distintas de estos, pero no se había presentado un consenso en la verdadera definición de número, por tanto, se empezó a trabajar en fortalecer estos conceptos. Con base en esto, se realizará un recorrido histórico, a cerca de las contribuciones realizadas por diferentes matemáticos en ese esfuerzo constante de darle una consistencia lógica a la matemática desde sus bases, como desde la reestructuración de los sistemas numéricos en algo más conciso, se desarrolló una extensión de la teoría de conjuntos por medio de la inclusión de un sistema de números infinitos, con el cual se revelaron paradojas existentes en esta teoría que generó un arduo trabajo en pro de su solución, con lo que se efectuaron teorías que han sido derrocadas por otras superiores, lo cual ha llevado a la comunidad matemática a restablecer el concepto de verdad y certeza matemática, y a entender que la matemática puede no ser consistente, ya que muchos problemas no tienen solución.

*Martes 3:15-3:35.*

### **LA $C$ -PROPIEDAD: ANTECEDENTES HISTÓRICOS E IMPACTO EN LA TEORÍA DE FUNCIONES MEDIBLES**

FRANCISCO EDUARDO ENRIQUEZ BELALCAZAR  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

MARTHA LUCIA BOBADILLA ALFARO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En esta ponencia se presentarán ciertos resultados del proyecto de investigación: Análisis Histórico Epistemológico de los Criterios de Lúzin sobre Medibilidad de Funciones: La  $C$ -propiedad y la  $N$ -propiedad. Este proyecto es de carácter histórico internalista y da continuidad a la investigación de los autores, sobre la influencia de la Escuela Matemática rusa en la Teoría de la Medida y su relación con la matemática francesa. El objetivo del proyecto es analizar el surgimiento histórico de la  $C$ -propiedad y la  $N$ -propiedad.

En la ponencia se mostrará cómo a partir de los trabajos de Lebesgue, Borel y Vitali, surge la propiedad enunciada por Lúzin. Además, se mostrará el impacto de la propiedad en resultados contemporáneos relacionados con las funciones medibles.

*Martes 3:35-3:55.*

### **LA INFLUENCIA DE BOURBAKI EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA: ¿UNA BRECHA ENTRE TEORÍA Y APLICACIÓN PRÁCTICA?**

CRISTIAN LEÓN  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

El quehacer de un matemático no es comprendido por fuera del contexto científico y a veces ni siquiera dentro de los propios estudiantes, por esto mismo se ha visto el desarrollo de una creencia generalizada de que el trabajo de un matemático es ser profesor. Esto es un problema que tiene raíces históricas e implicaciones problemáticas en la actualidad. La herencia Bourbakista afectó fuertemente la

manera de enseñar matemáticas en latinoamérica y en particular en Colombia, ya que las escuelas de matemáticas tienen un enfoque en la rigurosidad de la teoría y estructura matemática. El énfasis en la rigurosidad y la abstracción puede ser beneficioso para los estudiantes que están interesados en una carrera académica en matemáticas. Sin embargo, también puede ser perjudicial para aquellos que buscan aplicar las matemáticas en situaciones prácticas. Esto ha llevado a una falta de énfasis en la aplicación práctica de las matemáticas en la vida real y ha creado una brecha entre la enseñanza de las matemáticas y su aplicación práctica, lo cual a su vez ha generado que los estudiantes a menudo no tengan las habilidades necesarias en modelamiento matemático para aplicar las matemáticas a situaciones reales.

La escasez de este componente aplicativo ha tenido un impacto en la percepción de la carrera de matemáticas en Colombia, ya que muchos estudiantes o aspirantes ven las matemáticas como una disciplina difícil y poco práctica. Pero este problema no se queda solamente en la academia o en la percepción que se pueda tener de las matemáticas, sino que en los últimos años, la sociedad colombiana se ha visto afectada por estas carencias, puesto que la falta de habilidades en modelamiento matemático entre los estudiantes ha llevado a una falta de innovación en el país en comparación con otros países en desarrollo. En el mundo moderno, la capacidad de aplicar las matemáticas a situaciones reales es esencial para la innovación y el desarrollo económico. Sumado a esto, la incapacidad en este eje de las matemáticas ha desarrollado problemas, como por ejemplo errores en el modelamiento de la pandemia reciente. Como se puede ver, esta problemática, no solo afecta la academia, sino a la sociedad de distintas formas. Por esto mismo, es importante replantear la herencia Bourbakista, como nos ha afectado y repensar la educación matemática, con el objetivo de que, en primera medida, los estudiantes estén preparados para solucionar problemáticas, proponer innovaciones y apoyar en general el desarrollo de la región, y que entendamos, desde los directivos, pasando por los profesores hasta los estudiantes, que el quehacer de un matemático no está únicamente en la academia.

*Miércoles 10:30-10:50.*

### **HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS PARA EL ANÁLISIS DE ACTIVIDADES FÍSICAS**

OSCAR EDUARDO MARTÍNEZ CASTIBLANCO  
UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

El auge de la actividad física post pandemia ha estado ligado a las aplicaciones y dispositivos que permiten hacer seguimiento de las mismas. Esto sumado a la popularidad que ganaron algunos deportes que favorecen el distanciamiento social (ciclismo, atletismo) da origen a una gran cantidad de datos para ser analizados. En este trabajo se analiza la topografía del Alto de Guasquita, ubi-

cado a 40 km de la ciudad de Bogotá, con base en datos recolectados a través de un GPS. Aplicando conceptos trigonométricos, de cálculo y estadística en Python, se obtiene una comprensión de la estructura del puerto, y sugerencias para optimizar el desempeño deportivo de ciclistas que transitan esta zona.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### **DETECCIÓN DE ESTRUCTURA DE COMUNIDAD EN GRAFOS CON CRECIMIENTO PREFERENCIAL**

NINO PEREZ PERAFAN  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

MARIA ALEJANDRA MURCIA COMETA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

DIEGO FERNANDO RUIZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En distintas redes del mundo real, el conjunto de nodos se divide en tipos de nodos que forman grupos densamente conectados, los cuales comúnmente se llaman comunidades. Por esta razón, identificar los grupos dentro de la red que presentan una mayor densidad de conexiones entre ellos que con el resto puede resultar de gran ayuda para comprender la estructura general de la red. Existen diversos métodos para identificar la estructura de comunidad en redes, uno de los cuales se basa en la modularidad. Esta medida representa la fracción de aristas que conectan nodos del mismo tipo menos la fracción esperada de tales aristas si se establecieran de forma aleatoria. Nuestro trabajo presenta un modelo dinámico para la formación de redes heterogéneas dirigidas, que se divide en dos grupos de nodos. Este modelo se basa en la adición de nuevos nodos y aristas en cada instante de tiempo discreto, utilizando una combinación de dos mecanismos:

- Enlace preferencial ponderado por afinidad.
- Respuesta de reciprocidad.

De esta manera, las redes creadas a partir de nuestro modelo presentan un crecimiento dinámico y se adaptan a los cambios en la interconexión de sus nodos. Caracterizamos la dinámica y los valores límite para la suma de los grados de entrada y salida de los nodos de una red. A partir de los valores límite asociados con las propiedades de grado de la red, se deriva la dinámica y el comportamiento asintótico de la modularidad de la red dirigida. Además, se establecen condiciones que garantizan la ocurrencia de comunidades según el tipo de nodos.

*Jueves 10:30-10:50.*

### **OLIMPIADAS REGIONALES DE MATEMÁTICAS COMO ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA**

NIDIA YADIRA CAICEDO BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

GISOU DIAZ ROJO  
UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

LEONARDO DUVÁN RESTREPO ALAPE  
UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

El proyecto “Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad del Tolima”, tiene como propósito la articulación de las Instituciones Educativas (I.E.) de la ciudad de Ibagué y de los municipios del departamento del Tolima con las matemáticas y la universidad, generando un espacio de sana competencia que vincula no solo a los estudiantes más destacados en matemáticas, sino que brinda la oportunidad a todos los jóvenes interesados de compartir sus ideas y

poner a prueba estrategias de resolución de problemas, la mayoría de las veces de manera empírica o de deducción lógica. Por lo anterior, en esta ponencia presentamos la metodología, la aplicación de una plataforma propia, experiencias positivas y algunas dificultades, y los momentos más destacados que permitieron y permiten llevar a cabo esta fantástica actividad. Además, cada día encontramos mayor acogida en los docentes de las I.E. a nivel nacional, que estimulan a su vez un acercamiento a las Instituciones de Educación Superior que comparten el mismo interés por las olimpiadas.

*Jueves 10:55-11:15.*

### **SUPERDIMENSIÓN DE KRULL Y SUPERREGULARIDAD**

JOEL TORRES DEL VALLE  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Un *superanillo*  $A$  es un anillo que tiene una  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ -graduación:  $A = A_{\bar{0}} \oplus A_{\bar{1}}$  (el producto cumple que  $A_i \cdot A_j \subseteq A_{i+j}$ ). En este caso, sus elementos tienen asignada una “paridad” y se le puede dotar de una noción de “superconmutatividad”. Los elementos pares, a saber, aquellos en  $A_{\bar{0}}$  forman un anillo conmutativo usual, mientras que los elementos impares, a saber, aquellos en  $A_{\bar{1}}$ , forman un módulo sobre  $A_{\bar{0}}$ .

El origen de este concepto se remonta a la teoría de superespacios, que fue introducida en la década del 70 como un marco matemático para describir las simetrías de las partículas elementales, siendo los superanillos las estructuras algebraicas donde tienen cabida operaciones compatibles, como en un anillo usual, y que tienen en cuenta la paridad de los elementos. Este hecho resulta fundamental en la descripción de las simetrías de las partículas elementales.

Desde su introducción en la teoría de superespacio, los superanillos han encontrado aplicaciones en diversas áreas de las matemáticas y la física teórica, como la teoría de cuerdas, la teoría de supergravedad y la geometría algebraica.

Mucho se ha estudiado de la teoría de superanillos desde el punto de vista algebraico-geométrico, pero solo hasta 2020 surgen definiciones intrínsecas como la de superdimension de Krull (par e impar) de un superanillo que permitiese una noción de regularidad para superanillos que de manera natural extiendan la regularidad de un anillo conmutativo. En el desarrollo de este, se define algebraicamente la superdimension de Krull de un superesquema y se da una noción de suavidad para tales objetos. El propósito de esta charla es presentar estos resultados y comentar sobre algunos avances relacionados con problemas en el área.

*Jueves 11:20-11:40.*

## **5.5. EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

### **CAMBIOS EN LAS CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS DE ESTUDIANTES, ATRIBUIBLES AL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD DEL CAUCA**

ALDO PARRA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

El estudio del rol que la historia y epistemología de las matemáticas pueden jugar dentro de la educación matemática y en la formación de profesores, y en particular el impacto que las creencias epistemológicas tienen sobre la actividad matemática y pedagógica de los docentes, ha suscitado creciente interés en la comunidad nacional e internacional. Una de las tendencias más recientes generadas por este interés epistemológico está en las maneras en que las creencias epistemológicas son creadas y transformadas por la formación inicial. Estudios de (Bohórquez, 2014; D'Amore & Pinilla, 2004; Vesga-Bravo & Losada, 2018) han indagado en cómo se dan dichos cambios en la formación inicial docente a partir de experiencias dirigidas y formuladas para generar algún cambio. En particular (Albanese et al, 2016; Blanco-Álvarez, 2017) han realizado experiencias con Etnomatemáticas, en los que el trabajo con conocimientos extraescolares y no disciplinares consigue alterar las creencias de los futuros docentes.

Una limitación de los estudios realizados sobre creencias es que no interpretan las posiciones intermedias entre absolutismo y falibilismo como posiciones estables y coherentes, sino como inconsistencias o tránsitos incompletos entre los polos bien definidos.

Otra causa para no poder dar cuenta de las transformaciones en las posturas epistemológicas es la falta de insumos para comprender las maneras en que los procesos de la formación inicial docente tramitan situaciones donde el carácter social y cultural de las matemáticas se pone en evidencia, de manera tal que le permitan al futuro profesor generar un conocimiento profesional para desempeñarse dentro del contexto de diversidad cultural, como el que tiene el departamento del Cauca. Por lo anterior, consideramos la pregunta, ¿De qué maneras y hacia qué direcciones van transformándose las creencias de estudiantes universitarios acerca de la epistemología de las matemáticas, a medida que los estudiantes avanzan en las diferentes asignaturas del programa de licenciatura en matemáticas de la Universidad del Cauca?. En la presentación se compartirán resultados preliminares en respuesta a pregunta.

*Lunes 2:45-3:05.*

### **UNA PROPUESTA DE SECUENCIA DE TAREAS MEDIADA POR GEOGEBRA PARA LA LOCALIZACIÓN DE OBJETOS EN EL PLANO CARTESIANO**

FREDINSON PENAGOS YANGUMA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

HARLEY ALEXIS GIL CHAMIZAS

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

El presente trabajo titulado “Una Propuesta de Secuencia de Tareas Mediada por GeoGebra Para la Localización de Objetos en el Plano Cartesiano”, se realiza en el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle sede Norte del Cauca. El trabajo está orientado en la línea de formación de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), y tiene como objetivo identificar qué aportes al aprendizaje de la localización de objetos en el plano cartesiano genera el diseño de una secuencia de tareas integrando GeoGebra en el grado sexto de educación básica de la Institución Educativa Instituto Técnico.

*Lunes 2:45-3:05.*



**CALCULUS IN THE SUDOKU COMO ESTRATEGIA  
EVALUATIVA DIDÁCTICA EN LA ASIGNATURA CÁLCULO  
DIFERENCIAL**

XAVIER ANTONIO TERAN BATISTA  
ESCUELA SUPERIOR DE EMPRESA, INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

Cuando se habla de Cálculo Diferencial en educación superior, para algunos estudiantes se concibe como el comienzo de una etapa de estudio más profundo en matemáticas, mientras que, para otros este se convierte en el tabú del inicio de su carrera, quizás tal y como lo fue en su momento, las clases de matemática en educación media o secundaria. Y es de analizar este pensamiento, ya que al iniciar estudios de una carrera universitaria cuya malla curricular involucre la asignatura de Cálculo Diferencial, se observa una característica común, en la cual la tasa más incrementada de reprobación o deserción corresponde a dicho curso. En esta investigación, se realizó el diseño de una estrategia de evaluación formativa didáctica basada en un software virtual llamado Calculus in the Sudoku, el cual corresponde a una adaptación educativa del tradicional juego Sudoku. Luego de la validación del diseño, se realizó la implementación de este con estudiantes de la asignatura Cálculo Diferencial de diversas carreras en la Escuela Superior de Empresa, Ingeniería y Tecnología (ESEIT) y por último se hizo un análisis cualitativo y cuantitativo sobre el efecto motivacional de los estudiantes con el juego, los resultados de aprendizajes y resultados de rendimiento académico obtenidos al jugar.

*Lunes 3:10-3:30.*

**APLICACIONES DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA EN LA  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LAS CIENCIAS DE  
LA TIERRA**

MAURICIO A. BERMUDEZ  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

ROMELIS ROJAS  
UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

PEDRO ALSON  
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

En la siguiente investigación se muestran los resultados de diversas aplicaciones de un método innovador para el estudio-aprendizaje de las matemáticas, denominado: Métodos de Graficación construido bajo los fundamentos de la Ingeniería Didáctica desde 1987. Los resultados que a continuación se presentan son el fruto de una investigación de más de 5 años en la docencia del cálculo diferencial en la Escuela de Ingeniería Geológica de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Durante el desarrollo del curso cálculo diferencial se abordan al menos 8 capítulos entre los cuales se enumeran: Intervalos; estudio de curvas; operaciones con curvas; fórmulas; fórmulas y curvas; rectas, parábolas e hipérbolas; límites y derivadas. Durante el estudio de curvas, los conceptos de dominio, rango, puntos de cortes con los ejes, máximos y mínimos absolutos, máximos y mínimos relativos, cotas superiores e inferiores, conceptos de supremo e ínfimo, curvas crecientes y decrecientes, son mostradas a los estudiantes mediante la familiarización de conceptos claves en geología física,

específicamente en el estudio de perfiles topográficos, geomorfología, y análisis de relieves. Por ejemplo, el concepto de asíntota se observa fácilmente frente a un afloramiento cuando se reconoce una estructura tipo “fault-propagation folding”. Las operaciones con curvas y las fórmulas, además de presentarlas de manera gráfica, permite desarrollar el concepto de stacking (“apilamiento”) y procesos para filtros de señales en geofísica. Adicionalmente, las fórmulas y los diagramas permiten entender de una manera sencilla los diversos procesos de deformación y transformación que pueden generarse en la corteza terrestre al aplicar fuerzas tectónicas. Una de las ventajas que hemos notado es un aumento en la motivación de los estudiantes cuando se relaciona todo el tema de curvas con señales generadas de forma natural por los sismos, o cuando se relacionan las mismas con reconocimiento de reflectores sísmicos en el subsuelo, o cuando se analiza la respuesta de los georadares y otros sensores durante la penetración de ondas en el subsuelo. El tema de rectas tiene aplicaciones en la carrera de ingeniería geológica, ya que permite calcular espesores verdaderos de capas en los afloramientos geológicos. Además del incremento en la motivación, se logra cierta “autonomía” en los estudiantes para desarrollar los diferentes problemas que se presentan en el libro “Métodos de Graficación”, esta obra posee hoy en día diversas herramientas como un canal de YouTube, o algunas aplicaciones en GeoGebra los cuales son puestos a la disposición de los estudiantes en las aulas virtuales de la Universidad.

*Lunes 3:10-3:30.*

### **LA TRASLACIÓN EN 3D: UNA PROPUESTA DE TAREAS QUE INTEGRA EL SOFTWARE GEOGEBRA**

NORAYI DIAZ BALANTA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

EDINSON FERNANDO PAZU PAZU  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

GERSON ULCUE IPIA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

El presente trabajo titulado “La traslación en 3D: una propuesta de tareas que integra el software GeoGebra” se realiza en el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, sede Norte del Cauca. El trabajo está orientado en la línea de formación de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), y tiene como objetivo identificar los aportes que genera el diseño de una secuencia de tareas que integra el software GeoGebra 3D al aprendizaje de la traslación en grado séptimo de educación básica de la Institución Educativa Nueva Visión de Honduras, Cauca.

*Lunes 3:35-3:55.*

### **ESTUDIO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DE DOS PROFESORES SOBRE ARGUMENTACIÓN, ENTORNOS DE GEOMETRÍA DINÁMICA Y DISEÑO DE TAREAS**

HALIAPHNE ACOSTA AGUILAR  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

MICHAEL MONTANA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

El presente trabajo estudia la transformación de nuestro conocimiento didáctico-matemático en torno al diseño de tareas escolares que promuevan la argumentación, mediados por algún entorno de geometría dinámica. Para el estudio, se adopta algunos elementos del modelo del conocimiento didáctico-matemático propuesto por Godino, Batanero y Font. La estrategia investigativa usada en este trabajo es una adaptación de lo denominado estudio en primera persona; esta nos permite reflexionar y obtener mayor comprensión del conocimiento de dos profesores sobre los asuntos, argumentación, entornos de geometría dinámica y diseño de tareas. Con base en el modelo y la estrategia investigativa, es posible caracterizar nuestro propio conocimiento y construir categorías para describir la transformación del mismo, motivada por un programa de formación avanzada enfocado en el estudio del conocimiento del profesor. El trabajo se desarrolla en el campo de argumentación y prueba, en la línea de la geometría, y está vinculado a intereses del grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría de la Universidad Pedagógica Nacional.

*Lunes 4:00-4:20.*

**UNA SECUENCIA DIDÁCTICA QUE INTEGRA LA ROBÓTICA  
PARA DAR CUENTA DE LA TRASLACIÓN EN QUINTO  
GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA**

WILLIAM MONTERO ENRIQUEZ  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

JUAN NICOLAS PEÑA LEDESMA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

DIANA XIMENA ORTIZ COLLAZOS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

La siguiente propuesta que recibe el nombre de “una secuencia didáctica que integra la robótica para dar cuenta de la traslación en quinto grado de educación básica”. Se desarrolla desde el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, sede Norte del Cauca. La presente se orienta bajo los parámetros de la línea de formación de Tecnología de la Información y Comunicación (TIC), y tiene como objetivo identificar los aportes que genera el diseño de una secuencia de teoría de situaciones didácticas que integra la robótica con el fin de facilitar el aprendizaje de la traslación en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Jorge Robledo, del municipio de Vijes, Valle del Cauca.

Esta propuesta se basa en investigaciones en didáctica de las matemáticas que han puesto en evidencia las dificultades que los estudiantes presentan comúnmente en el reconocimiento de las propiedades de los objetos geométricos en el espacio, particularmente en las transformaciones geométricas, Julio (2014) y Montes (2012) manifiestan que los estudiantes presentan dificultad para comprender los efectos que las distintas transformaciones geométricas tienen en el plano.

En lo que respecta a la traslación, los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la funcionalidad del vector, su magnitud y dirección, estos

aspectos carecen de significado en los movimientos que se generan en el espacio, Jaime y Gutiérrez (1996). Este tipo de argumentos nos llevan a reflexionar sobre las propuestas que los docentes manejan en el aula, la idea es hacer que el estudiante reflexione sobre los elementos que se deben considerar a la hora de hacer una traslación, lograr algunas predicciones y comparaciones en torno a este objeto matemático, como lo proponen los estándares de calidad de grado quinto; conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

Teniendo en cuenta lo mencionado, se sugiere la configuración de una secuencia didáctica desde los parámetros de la Teoría de Situaciones Didácticas, dado que la programación desarrolla tanto pensamiento lógico como la capacidad de autopercepción y análisis espacial. Para poder indicarle al robot los movimientos que se quieren realizar es necesario que el estudiante considere la magnitud del desplazamiento y la dirección, estos elementos son propios de la traslación. La programación está motivada por el interés de que el artefacto realice las tareas planeadas previamente y con unos objetivos estipulados alrededor de aspectos curriculares, didácticos, matemáticos y cognitivos.

La pregunta central para animar la discusión en torno a nuestra comunicación es la siguiente: ¿Qué aportes genera una propuesta de situaciones didácticas que integra la robótica a través de un software de programación, para dar cuenta de la transformación de traslación en los procesos aprendizaje en grado quinto de educación básica?.

*Martes 10:30-10:50.*

### **BOLZANO Y EL CONTINUO: LA IMPORTANCIA DEL MÉTODO DE PRUEBAS Y REFUTACIONES PARA LA HISTORIA Y LA FILOSOFÍA DE LA MATEMÁTICA**

ANYI DANIELA CORREDOR  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

GABRIELA ARBELÁEZ ROJAS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

A menudo se ha estudiado la noción de continuidad de Bolzano desde un punto de vista justificacionista de la historia de las matemáticas, que se acercan al pasado con la única intención de ver trazas de los conceptos actuales, como si el desarrollo de las matemáticas sucediera de una manera estrictamente acumulativa y lineal. Pero han surgido nuevas corrientes en la filosofía de las matemáticas, que indagan en el pasado sin pretender que los conceptos actuales tengan ese carácter que le adjudican la mayoría de historiadores. Es el caso de Imre Lakatos. En este sentido, tenemos que el problema planteado aquí es de carácter histórico-epistemológico, y se enmarca en la perspectiva de Lakatos sobre el proceso de constitución y formalización de las teorías matemáticas. Esta investigación es producto de una tesis de maestría en Ciencias Matemáticas de la Universidad del Cauca.

[1] BOLZANO, B. Paradojas del Infinito. *México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM.* Traducción de Luis Segura; introducción de Jan Sebestik.

- [2] CAUCHY, A. (1994). Curso de Análisis. *México: UNAM*. Traducción y notas por Alvarez, C., introducción por Dhombres, J.
- [3] HYKŠOVÁ, M. (2001). Bolzano's inheritance research in Bohemia. *History of Math.* 17 (67), 67-91.
- [4] LAKATOS, I. (1978). Pruebas y refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático. *Madrid: Alianza Editorial*. Introducción y selección de John Worrall y Elie Zahar; versión española de Carlos Solís.
- [5] LAKATOS, I. (1981). Matemáticas, ciencia y epistemología. *Madrid: Alianza Editorial*. Traducción de Diego Ribes.
- [6] RECALDE, L. C. (2018). Lecturas de historia de las matemáticas *Cali: Programa Editorial*.
- [7] RUSNOCK, P. Y KERR-LAWSON, A. (2005). Bolzano and uniform continuity. *Hist. Math.* 32 (3), 303-311.
- [8] RUSS, S. (2004). The Mathematical Works of Bernard Bolzano. *New York: Oxford University Press*.

*Martes 10:55-11:15.*

### **SOBRE LOS MODOS DE PENSAMIENTO VECTORIAL**

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

La caracterización del pensamiento matemático es una de las principales líneas de investigación de la educación matemática actual. Diversos autores han manifestado su importancia y pertinencia en diferentes problemáticas presentadas en el aula. En la charla se presentarán algunos modos de pensar en Cálculo Vectorial desarrollados por los estudiantes de cursos de Cálculo Multivariado, los cuales dieron pie a la obtención de una caracterización del Pensamiento Vectorial que generaliza lo presentado por distintos autores.

*Martes 11:20-11:40.*

### **CONTRIBUCIÓN A LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA PRIMARIA DESDE LA VENTA DE PRODUCTOS LÍQUIDOS MENUDEADO EN TIENDA DE BARRIO**

MARIA FERNANDA CHIQUILLO VARELA  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

LUIS ANGEL MARQUEZ HERRERA  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

ARMANDO AROCA ARAUJO  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

El problema de investigación consistió en la necesidad de valorizar por igual los saberes evidenciados en la práctica social de la venta de productos líquidos menudeados y los saberes estipulados en el contexto escolar. El objetivo principal es aplicar una propuesta de un plan de clases para la enseñanza de los

conceptos de capacidad y contenido en el marco del diálogo y respeto. El desarrollo de esta propuesta hace parte de la fase educativa del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas, esta fase requiere de cuatro procesos para el diseño del plan de clase, los cuales son: la elección de la institución educativa, elección del grado escolar y temas, vinculación del profesor titular y la sincronía con los procesos curriculares de la institución educativa. El diseño de los planes de clases fue elaborado conjuntamente por el Semillero de investigación Diversidad Matemática y su Coordinador, teniendo en cuenta lineamientos del Ministerio de Educación Nacional. La propuesta planteada emplea un enfoque de enseñanza paralela y comparativa, tiene en cuenta los resultados obtenidos en la fase etnográfica en la que se estudió el menudeo de productos líquidos en tienda de barrio y se concluyó que están inmersos conceptos matemáticos que sirven para la comprensión de conceptos de volumen, y sobre todo de capacidad y contenido. La fase educativa de esta investigación se encuentra en desarrollo, por lo tanto, se presentan conclusiones y resultados parciales sobre el diseño de los planes de clases.

*Martes 11:45-12:05.*

### **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS BASADOS EN LA SIEMBRA DE ÁRBOLES EN EL SENDERO ECOPEDAGÓGICO BTAJ**

JULDER JAMITH QUITUMBO YULE  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

YULIE KATERINE GUTIERREZ MANRIQUE  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

DIANA XIMENA ORTIZ COLLAZOS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

La siguiente propuesta tiene como nombre “Resolución de problemas basados en la siembra de árboles en el Sendero Ecopedagógico BTAJ.” Se desarrolla a partir del programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, sede Norte del Cauca. La presente se orienta bajo los parámetros de la línea de formación de Tecnología de la Información y Comunicación (TIC), y tiene como propósito orientar a los estudiantes de noveno del Sendero Ecopedagógico BTAJ a la construcción de conceptos matemáticos de la función lineal y la función afín a partir de la teoría de situaciones didácticas mediada por el software GeoGebra.  
*Miércoles 10:30-10:50.*

### **TIC Y TAC APLICADAS AL ÁLGEBRA LINEAL**

SAMIN INGRIOTH CERON BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

ROXANA ROMERO LUNA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Esta ponencia presenta una propuesta para la enseñanza y aprendizaje de algunos tópicos del Álgebra Lineal en la carrera de Ingeniería de Sistemas de la Universidad del Cauca, mediados por el software SageMath, GeoGebra y MATLAB. La metodología consiste en el diseño y aplicación de actividades que permiten correlacionar registros de representación algebraicos y geométrico de

los objetos matemáticos necesarios para su solución. Se busca proponer una metodología activa e innovadora por medio de TAC que posibilite la motivación en la apropiación de conceptos y el fortalecimiento en el uso de nuevas tecnologías para la enseñanza del Álgebra Lineal.

*Miércoles 10:55-11:15.*

### **COMO TRASMITIR LA TOPOLOGÍA A TRAVÉS DE SUS APLICACIONES**

JOHN ARREDONDO

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KONRAD LORENZ

En esta charla mostraremos diversas estrategias pedagógicas que se han llevado a cabo en el curso de topología general de la carrera de matemáticas de la Fundación Universitaria Konrad Lorenz, con el fin de facilitar en los estudiantes la comprensión de conceptos altamente abstractos y en ocasiones poco llamativos, por medio de diversas aplicaciones con las que esta rama de la matemática ha incursionado en el procesamiento de imágenes, el análisis de datos o el big data entre otros.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### **DISEÑO DE ESTRATEGIAS PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD SIMPLE EN ESTUDIANTES CON TDAH**

DEIVIS HARIDSON PACHECO RAMIREZ

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

MIRSA ESTER SILVERA BORNACELLI

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

EDDIE EDDISON RODRIGUEZ BOSSIO

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

La probabilidad simple es una de las temáticas de la estadística que causa mayor conflicto en los estudiantes, porque muchas veces, no se comprende totalmente qué es la probabilidad y cómo funciona, sino que se centra en que los estudiantes resuelvan ejercicios sin que estos comprendan verdaderamente las aplicaciones de la probabilidad, esto no solo afecta a estudiantes regulares, de hecho, se vuelve agrava cuando se trabaja con estudiantes con Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH). Los estudiantes que presentan esta condición tienden a distraerse rápido y no logran captar de manera efectiva los conocimientos lineales del profesor, no obstante, esto se puede remediar con actividades atractivas que permitan captar su atención y lograr que tengan un aprendizaje significativo. Para alcanzar esto, se plantearon ciertas actividades dinámicas contextualizadas que permitan que los estudiantes aprendan significativamente esta temática, no solo en el ámbito de la resolución de ejercicios, sino que se enfoca en que comprendan la esencia de la probabilidad, compiladas como estrategia que contempla actividades con objetos manipulables y actividades digitales dando diferentes perspectivas sobre el uso y existencia de la probabilidad en los juegos, dando origen a un banco de actividades para el afianzamiento de la temática. No obstante, previo a la aplicación actividades se realizará una prueba diagnóstica a los estudiantes, para determinar el nivel de comprensión que tienen los estudiantes sobre la temática abordada. Tras obtener los resultados de la prueba diagnóstica, se determinará qué tipo de actividades se debe

aplicar para mejorar falencias de saberes previos o profundizar en probabilidad, puesto que muchas veces, los errores de comprensión no son únicamente en la temática en sí, sino que se originan de vacíos existentes en torno a temáticas previas fundamentales que causan errores en conceptos avanzados. Durante la investigación se llevará a cabo la observación directa u observación participante, dependiendo del número de sujetos, los resultados de la observación serán recolectados y redactados en una bitácora, entre los datos obtenidos se encontrarán los comportamientos frente a las actividades, los conocimientos adquiridos por los estudiantes, falencias en la investigación, limitación al aplicarla, resultados, actitudes que presentan los estudiantes, etc. De acuerdo al modelo planteado, se puede esperar que el grupo de estudiantes que sean escogidos obtengan un aprendizaje significativo, puesto que las actividades a tratar son enfocadas en este grupo de estudiantes, para generar en ellos potencialmente un interés y comprensión sobre la probabilidad simple, sin embargo, aunque se apunte a un grado de entendimiento completo de la temática es posible que estas actividades no sean efectivas por diversos factores y variables que no estén contempladas y que podrían reflejarse en un nivel poco significativo de aprendizaje.

*Miércoles 11:45-12:05.*

### **CRECIENDO CON MATEMÁTICAS A LA CALLE**

SAMIN INGRITH CERON BRAVO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

WILSON ARLEY MARTÍNEZ FLOR  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

La actividad “Matemáticas a la Calle” es una actividad lúdica-recreativa creada por los estudiantes de los Programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca. Esta actividad es dirigida a la comunidad en general, por medio de stands con juegos matemáticos, porque se buscó una forma distinta de participar frente a la problemática de la defensa de la educación pública, desde el saber matemático. El objetivo principal del evento es fortalecer la apropiación social del conocimiento matemático e investigación en matemáticas recreativas en el Cauca y los objetivos específicos:

- Generar espacios de diversión y aprendizaje matemático a la comunidad en general.
- Sorprender a las personas de todas las edades y educación con tópicos de Matemáticas.
- Propiciar el acercamiento entre las matemáticas y la sociedad.
- Desarrollar el gusto y el interés hacia esta área del conocimiento, intentando cambiar el miedo cultural hacia esta ciencia.

En la ponencia divulgativa se presentarán diversas actividades y experiencias desarrolladas en el evento “Matemáticas a la Calle” en el ámbito de la divulgación matemática, así como el impacto de esta iniciativa en la formación de los estudiantes universitarios y la contribución en la motivación por el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes a nivel de educación secundaria y la media.

*Jueves 10:30-10:50.*



**USO DE ESTRATEGIAS PARA LA COMPRESIÓN DEL  
SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES 2X2 EN  
ESTUDIANTES CON TDAH**

DEIVIS HARIDSON PACHECO RAMIREZ  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

MIRSA ESTER SILVERA BORNACELLI  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

EDDIE EDDISON RODRIGUEZ BOSSIO  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

Actualmente, hay muchos estudiantes no comprenden el álgebra o en su defecto no le prestan atención, debido a que la consideran poco practica en la vida cotidiana. Esta escasa atención y contextualización de las temáticas, es un factor determinante en la agravación del aprendizaje de los estudiantes con ciertas condiciones tales como déficit cognitivo, síndrome de Down, Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH), etc. Al ver estas problemáticas, se toma el centro de la investigación en torno a la última condición mencionada, por lo tanto, bajo el marco de la inclusión educativa se crearon diferentes estrategias para el aprendizaje del álgebra, enfocado en la resolución de ejercicios de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Planteándose como finalidad que los estudiantes comprendan la utilidad de esta temática y cómo pueden implementarlo desde diferentes ámbitos, estas estrategias no solo contemplan la temática central, sino que también abordan las temáticas previas que se deben comprender para realizar eficazmente ejercicios. Ahora bien, para implementar estas estrategias se realizó un muestreo de criterio para identificar a los estudiantes a quienes se les aplicarían las estrategias, lo que conllevó a la selección de dos estudiantes con TDAH en el grado 9, a quienes se les asignó como estudiante A y estudiante B por políticas de privacidad de datos. Posteriormente, se realizaron pruebas diagnósticas a los estudiantes para observar sus saberes previos sobre la temática, la prueba arrojó desempeño bajo en los estudiantes A y B, donde en una escala de calificación del 0 al 5 fueron, su resultado fue de 1 y 2.5 respectivamente. Tras la prueba, se procedió a aplicar las estrategias didácticas, que incluían actividades con material manipulable y medios digitales que se complementaban; durante estas actividades, el estudiante B mostró mayor interés, pidiendo más actividades digitales para el realizar en casa para mejorar, mientras que el estudiante A era más lento y eficaz y con problemas en la comprensión de la variable Y, puesto que, lo asociaba con el conector “y”, por ende se le cambio la variable Y con la Z como estrategia para superar su obstáculo de aprendizaje, obteniendo una mejoría en esto. Al finalizar la aplicación de las actividades, se les realizo nuevamente una prueba que reflejó la mejora de su aprendizaje en sus calificaciones, en el caso del estudiante A su desempeño mejoró a 3.5, denotando la persistencia de dificultades producto de bases poco sólidas, mientras que el estudiante B obtuvo 4.5 quizá debido a su práctica autodidacta. Analizando la recopilación de los datos por medio de la bitácora, la observación y las pruebas ejecutadas, se ha demostrado que la efectividad de las actividades aplicadas en esta estrategia funcionó en estos casos, aunque se esperaba un mayor desempeño de ambos estudiantes no se logró. Esto puede deberse al interés autodidacta del estudiante B en desarrollar actividades complementarias para afianzar los conocimientos, pero no se puede afirmar que sea la única variable que interviene,

puesto que la investigación corresponde a un estudio de caso con solamente dos estudiantes completamente diferentes. Esta limitación supone que los resultados del estudio deben ser interpretados con cautela, puesto que no existe una muestra significativa que demuestre que estas actividades son efectivas en una aula con más estudiantes con TDAH, por ende se necesitaría un estudio amplio y eficaz para poder aplicarse en muchas aulas permitiendo una comprensión profunda de la temática.

*Jueves 10:55-11:15.*

### **CONCEPCIONES, USOS Y OBSTÁCULOS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA**

BLANCA CECILIA FULANO VARGAS  
UNIVERSIDAD DE BAJA CALIFORNIA MÉXICO  
NELSON ENRIQUE BARRIOS JARA  
UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

A nivel internacional y nacional, en los últimos 40 años se ha abierto el espectro en el tema de la modelación matemática, ya que se considera como vehículo que posibilita el desarrollo de competencias críticas y habilidades de pensamiento en los estudiantes. En este sentido, diversos autores proponen ahondar en investigaciones sobre los obstáculos en el aprendizaje de la modelación matemática. Por lo tanto, el estudio se centra en abordar cuestiones neurálgicas en la enseñanza de la modelación matemática, para determinar aspectos a mejorar en los aprendizajes de los estudiantes. El objetivo del estudio es reconocer las concepciones, usos y obstáculos en la enseñanza de la modelación matemática de los docentes de la localidad de Fontibón, Bogotá, Colombia. El enfoque es cualitativo, con un alcance descriptivo. Se realiza una entrevista estructurada a siete docentes de matemáticas de colegios oficiales; cinco mujeres y dos hombres con un promedio de 45 años. En el estudio se consolidan tres categorías; concepción, uso y obstáculos; las cuales se consolidaron en una matriz de consistencia interna validada por expertos. Respecto a los resultados se tiene que en la categoría concepciones, los docentes reconocen la modelación matemática como un proceso que involucra la resolución de problemas dentro y fuera de la matemática. En relación con la categoría uso los docentes emplean la modelación para fortalecer capacidades de pensamiento y establecer conexiones matemáticas y seguidamente, con respecto a la categoría obstáculos se reconocen primero los ortogénicos asociados a dificultades relacionadas con la inmadurez de estudiante; segundo en las habilidades de pensamiento se presentan dificultades asociadas a reconocer y relacionar variables, generalizar, formular hipótesis y validar el modelo; y tercero en el dominio afectivo se evidencian dificultades de motivación tanto intrínsecas como extrínsecas finalmente, respecto a los obstáculos de carácter administrativo se reconocen dificultades como aumento de intensidad horaria, escasos recursos tecnológicos, dotación de laboratorios y un alto número de estudiantes por curso.

*Jueves 11:20-11:40.*

### **EXPERIENCIAS DE PROBLEMAS EN CONTEXTO DE ESTUDIANTES DE MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**

HERBERT DUEÑAS RUIZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Se presentan resultados de trabajos de grado de la maestría en Enseñanza de las Ciencias en la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. En ellos se utilizan problemas de contexto de estudiantes de secundaria para introducir conceptos en matemáticas.

*Jueves 11:45-12:05.*

## 5.6. LÓGICA

### ALGUNAS LÓGICAS MODELO-TEÓRICAS

ANDRÉS VILLAVECES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA (BOGOTÁ)

Exploraré dos lógicas cercanas a la teoría de modelos: la lógica de Shelah  $L_{\kappa}^1$  (y variantes recientes de trabajo mío con Väänänen) y la lógica interna de una clase elemental abstracta (trabajo mío con Shelah y variantes recientes con Nájjar). Exploraré las razones que hacen que estas lógicas sean adecuadas para desarrollo de teoría de modelos y presentaré brevemente algunos resultados recientes.

*Lunes 2:45-3:25.*

### PROPIEDAD-SB EN ESTRUCTURAS MÉTRICAS

NICOLAS CUERVO OVALLE

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Una teoría completa  $T$  tiene la *propiedad de Schröder-Bernstein* o simplemente la *propiedad-SB* si cualquier par de modelos elementalmente bi-sumergibles son isomorfos. Esta propiedad ha sido estudiada en el marco discreto de primer orden y puede ser vista como un primer paso hacia la teoría de clasificación. Esta charla tratará sobre la propiedad-SB en teorías continuas. Hablaremos de ejemplos de teorías continuas completas que tienen esta propiedad, estos incluyen espacios de Hilbert y cualquier completación de la teoría de álgebras de probabilidad. También hablaré de una noción más débil, la propiedad-SB módulo perturbaciones. Esta propiedad se cumple si cualquier par de modelos elementalmente bi-sumergibles son isomorfos, módulo perturbaciones de cierto automorfismo. Hablaré de cómo la teoría de espacios de Hilbert expandida con un operador autoadjunto acotado tiene la propiedad-SB módulo perturbaciones del operador y que la teoría de álgebras de probabilidad sin átomos con un automorfismo genérico tiene la propiedad-SB módulo perturbaciones del automorfismo. Finalmente, hablaré de cómo se comporta la propiedad-SB con respecto a las aleatorizaciones de una teoría discreta. Este es un trabajo conjunto con Alexander Berenstein y Camilo Argoty.

*Lunes 3:30-3:55.*

### CONSTRUCCIONES CONJUNTISTAS EN MODELOS VALUADOS Y DE KRIPKE

JOSÉ MONCAYO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ

En esta charla se expondrán diferentes construcciones conjuntistas que buscan generalizar los modelos V (universo von Neumann) y L (universo construible de Gödel) en lógicas residuadas. En primer lugar, usaremos la construcción de

los modelos valuados de la teoría de conjuntos de Scott y para proponer dos definiciones de la noción de conjunto construible, la primera isomorfa a  $V$  y la segunda a  $L$ . En segundo lugar, generalizamos el trabajo de fitting sobre modelos de Kripke intuicionistas de la teoría de conjuntos. Para esto, se emplearán los modelos de Kripke residuados de Ono y Komori. Sugeriremos una generalización de la jerarquía de von Neumann en el contexto de la lógica modal residual y demostramos una traducción de fórmulas entre esta y una jerarquía de modelos Heyting valuados adecuados. También proponemos una noción de universo de conjuntos construibles en lógica modal residualada y discutimos algunos aspectos de la misma. Estas construcciones fueron producto de la disertación de maestría del autor.

*Lunes 4:00-4:25.*

### **CONJUNTOS INEFABLES Y EL PRINCIPIO DE REFLEXIÓN ESTACIONARIA**

FRANQUI CARDENAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Presentamos el siguiente resultado: si el conjunto de los cardinales regulares mayores que  $\aleph_2$  en un cardinal  $\kappa$  que satisfacen el principio de reflexión estacionaria de conjuntos contables  $RP$ , es un subconjunto inefable en  $\kappa$  entonces se tiene que  $\kappa$  también satisface la propiedad  $RP$ .

*Martes 10:30-10:55.*

### **ABOUT ABSTRACT DEPENDENCE**

JOSE NICOLÁS NAJAR SALINAS  
FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA

The Eventual Categoricity Conjecture in Abstract Elementary Classes of Shelah began the classification theory for these classes introducing the stability and superstability notions and this superstability notion was used by Vasey and Shelah to give a positive answer for the conjecture in 2018. Grossberg and Mazary-Armida introduced a simplicity-like notion to the context of Abstract Elementary Classes and asked if we can have some first order-like results in this context. They saw that if we have some strong simplicity-like notion for Abstract Elementary Classes, then we have stability in a tail of cardinals. Grossberg, Van Dieren and Villaveces introduced the first dependence-like notion for Abstract Elementary Classes using the Generic Pair Conjecture, and they saw that if we have stability, then we can have this dependence-like notion in the classes. Shelah and Villaveces introduced another notion of dependence based on the shattering notion of formulas for first order and, Wentao Yang introduced a dependence-like notion for Abstract Elementary Classes counting types. In this talk, we introduce these notions of dependence in Abstract Elementary Classes, relate them with order-like properties in this context and discuss some questions in the context of these classes making emphasis in the notion of Shelah and Villaveces.

*Martes 11:00-11:25.*

### **CLASSIFYING TOPOI FOR THEORIES IN $\mathcal{L}_{\kappa\kappa}$**

SAMUEL ROLDÁN UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ

Given a category with enough set-like properties, it is possible to construct models for first order theories where we do not restrict our universe to be a set. This starts the field of Categorical Logic, mainly focused on different fragments of classical logic where every logical operation is finite. However there has been a recent push to generalize these notions to tackle some problems in Classification Theory, mainly Shelah's eventual categoricity conjecture for Abstract Elementary Classes. There are already some generalizations such as Makkai's first order Categorical logic for  $\mathcal{L}_{\infty\omega}$  and the regular fragment of  $\mathcal{L}_{\infty\omega}$ . However, we are interested in the infinitary logic  $\mathcal{L}_{\kappa\kappa}$ .

The main tool used in classical categorical logic are Grothendieck topoi which allow us to classify models over categories. There is a previous generalization of this type of categories given by Espíndola for theories over the logic  $\mathcal{L}_{\kappa\kappa}$ . This definition uses an infinite tree property that tries to resemble Makkai's rule of dependent choices. We propose a different rule which fits better in the proofs for classifying topoi and also generalizes Espindola's result.

*Martes 11:30-11:55.*

## 5.7. ANÁLISIS

### OPERADORES DE TOEPLITZ Y DE LOCALIZACIÓN EN ESPACIOS DE FOCK-SEGAL-BARGMANN

BREITNER OCAMPO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

KEVIN ESMERAL  
UNIVERSIDAD DE CALDAS

Sea  $\mathcal{F}^2(\mathbb{C})$  el espacio de Fock-Segal-Bargmann el cual consiste en funciones enteras cuadradas integrables con respecto a la medida Gaussiana  $dg(z) = e^{-|z|^2} dz$ . El espacio  $\mathcal{F}^2(\mathbb{C})$  es un espacio de Hilbert con núcleo reproductor, con respecto al producto interno natural en  $L_2(\mathbb{C}, dg)$  (ver por ejemplo [3]). Sobre el espacio de Fock-Segal-Bargmann se estudian los operadores de Toeplitz (objetos que se definirán en la charla), sin embargo, existen otros operadores lineales actuando sobre  $\mathcal{F}^2(\mathbb{C})$  que son de suma importancia, tales como el operador de Localización de Gabor-Daubichies: para  $\varphi \in L_\infty(\mathbb{C}^n)$  y  $f \in \mathcal{F}^2(\mathbb{C})$ , el operador de Localización de Gabor-Daubichies con símbolo  $\varphi$  y ventana  $f$ , denotado por  $L_\varphi^{(f)}$ , se define como operador lineal que satisface,

$$\langle L_\varphi^{(f)} g, h \rangle = \pi^{-n} \int_{\mathbb{C}^n} \varphi(z) \langle g, W_z f \rangle \langle W_z f, h \rangle d\nu_n(z)$$

para todo  $g, h \in \mathcal{F}^2(\mathbb{C})$ , ver [1].

M. Englis en [1], introduce una generalización de este tipo de operadores llamados *operadores de A-localización*, en donde se cambia la función ventana por un operador lineal  $A$  de clase traza, este tiene la siguiente representación integral:

$$L_\varphi^{(A)} = \pi^{-n} \int_{\mathbb{C}^n} W_z A W_z^* \varphi(z) d\nu_n(z),$$

donde el operador  $W_z$  es el operador de Weyl dado por:

$$W_h f(z) = e^{z \cdot \bar{h} - \frac{|h|^2}{2}} f(z - h), \quad z \in \mathbb{C}^n.$$

En esta charla, se presenta una generalización a los operadores  $A$ -localización, en donde consideramos dicho operador con símbolo medidas de Borel regular  $\mu$  en vez de funciones esencialmente acotadas, y mostraremos que su acotamiento está totalmente ligado a las medidas de tipo Fock-Carleson y a los operadores de Toeplitz con símbolo medidas introducido por Isralowitz y Zhu en [2].

[1] M. ENGLISH. Toeplitz operators and localization operators. *Englis-1. Trans. Amer. Math. Soc.* 361 (2009), 1039-1052.

<https://doi.org/10.1090/S0002-9947-08-04547-9>.

[2] J. ISRALOWITZ, K. ZHU. Toeplitz operators on Fock spaces. *Isra-Zhu. Integr. Equ. Oper. Theory* {66} (2010), 593-611.

<http://dx.doi.org/10.1007/s00020-010-1768-9>.

[3] K. ZHU. Analysis on Fock Spaces. *Zhu-F. In Series: Graduate Texts in Mathematics, vol. 263, Springer, New-York, 2012.*

ISBN: 978-1-4419-8801-0.

[4] D. SUAREZ A generalization of Toeplitz operators on the Bergman space, *Suarez. Journal of Operator Theory, vol. 73, no. 2, Theta Foundation, 2015.*

<http://www.jstor.org/stable/24718127>.

*Lunes 2:45-3:05.*

### **POLINOMIOS ORTOGONALES CLÁSICOS EN DOS VARIABLES**

MARIA ALEJANDRA PÉREZ SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Se presentan algunos preliminares de polinomios ortogonales en una y dos variables. A continuación se definen los polinomios ortogonales clásicos en una variable utilizando la ecuación de Pearson y su equivalencia en el caso de dos variables, así como su clasificación usando ecuaciones diferenciales parciales. (Se presentarán resultados parciales del trabajo de grado en matemáticas dirigido por el profesor Herbert Dueñas.

*Lunes 3:10-3:30.*

### **REFLEXIVIDAD Y SECUENCIALIDAD DÉBILMENTE COMPLETA EN ESPACIOS DE IDEALES DE OPERADORES Y POLINOMIOS**

SERGIO ANDRÉS PÉREZ LEÓN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

En el año 1927 el famoso matemático Austriaco Hans Hahn (1879 – 1934) introdujo el concepto de espacio normado reflexivo. Desde entonces muchos matemáticos se han visto atraídos por sus propiedades, entre ellos encontramos

los trabajos de Billy James Pettis, Shizuo Kakutani, William Frederick Eberlein, Witold Lwowski, Stanisław Śmulian y Robert C. James, entre otros.

Otro concepto que está muy relacionado con la reflexividad es el de espacio de Banach secuencialmente débilmente completo. Es bien conocido que todo espacio de Banach reflexivo es secuencialmente débilmente completo, sin embargo, el recíproco no es siempre cierto. Por ejemplo, es sabido que  $\ell'_\infty$  es un espacio secuencialmente débilmente completo pero no es reflexivo. Rosenthal (Rosenthal, 1974) estableció el siguiente teorema que relaciona los dos conceptos.

**Teorema:** Si  $X$  es un espacio de Banach secuencialmente débilmente completo, entonces  $X$  es reflexivo o contiene un subespacio isomorfo a  $\ell_1$ .

En esta ponencia se busca caracterizar los ideales de operadores y polinomios  $\mathcal{I}$  para los cuales los conceptos de reflexividad y secuencialidad débilmente completa son equivalentes.

*Lunes 3:35-3:55.*

## FORMAS DE TOEPLITZ RELATIVAS A SUBGRUPOS MAXIMALES DE TRANSFORMACIONES DE MÖBIUS

KEVIN ESMERAL GARCIA  
UNIVERSIDAD DE CALDAS

Sea  $\Pi = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im} z > 0\}$  el semiplano superior del plano complejo  $\mathbb{C}$  y  $\lambda > -1$ . El espacio  $A_\lambda^2(\Pi)$  de las funciones analíticas en  $\Pi$  y cuadrado integrables sobre  $\Pi$  con respecto a la medida  $dV_\lambda(z) = (\lambda + 1)(2 \text{Im} z)^\lambda dz$ , donde  $dz = dx dy$   $z = x + iy$ , se llama espacio de Bergman. Es bien conocido que  $A_\lambda^2(\Pi)$  es un subespacio de Hilbert con kernel reproductor de  $L_2(\Pi, dV_\lambda)$  y la proyección ortogonal de  $L_2(\Pi, dV_\lambda)$  sobre  $A_\lambda^2(\Pi)$  es llamada proyección de Bergman, ver por ejemplo [6]. Recordemos que el grupo de automorfismos de  $\Pi$  consiste de transformaciones de Möbius de la forma  $\frac{az + b}{cz + d}$  donde  $ad - cb > 0$  y es isomorfo a  $SL_2(\mathbb{R})/\{I, -I\}$ , donde  $SL_2(\mathbb{R})$  es el grupo de matrices con entradas reales con determinante 1. El teorema de descomposición de Iwasawa,  $SL_2(\mathbb{R})$  puede escribirse como  $SL_2(\mathbb{R}) = KAN$ , donde

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} : \theta \in [0, 2\pi) \right\},$$

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \end{pmatrix} : r > 0 \right\},$$

$$N = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\},$$

son subgrupos maximales de  $SL_2(\mathbb{R})$ , por tal motivo, dicha descomposición permite definir sobre  $A_\lambda^2(\Pi)$  los siguientes operadores unitarios:

$$\begin{aligned}
R_\theta f(z) &= f\left(\frac{\cos \theta \cdot z - \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta \cdot z + \cos \theta}\right), \quad \theta \in [0, 2\pi). \\
\operatorname{Dil}_{\lambda, h} f(z) &= h^{1+\frac{\lambda}{2}} f\left(\frac{\sqrt{h}z + 0}{0 \cdot z + \frac{1}{\sqrt{h}}}\right) = h^{1+\frac{\lambda}{2}} f(hz), \quad h \in (0, +\infty), \\
\operatorname{Tr}_x f(z) &= f\left(\frac{1 \cdot z + x}{0 \cdot z + 1}\right) = f(z + x), \quad x \in \mathbb{R}.
\end{aligned}$$

Sin embargo, el operador  $R_\theta$  es mejor considerarlo sobre el espacio de Bergman sobre el disco complejo  $\mathbb{D}$ , debido a que  $SL_2(\mathbb{R})$  actúa sobre el disco  $\mathbb{D}$  por conjugación y convierte la matriz  $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  en  $\begin{pmatrix} e^{-i\theta} & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix}$ . Por tanto, su expresión es un poco más simple y manejable para hacer cálculos, lo denotamos por:

$$\mathbf{R}_\theta f(z) = f(e^{-i\theta} z), \quad z \in \mathbb{D}.$$

En [1],[2] introducen las formas de Toeplitz relativas a familia de operadores como se sigue:

**Definición:** Sean  $(\mathcal{H}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  un espacio de Hilbert y  $\mathcal{U} = (\mathbf{U}_\alpha)_\alpha$  una familia de operadores  $\mathbf{U}_\alpha \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$  fija. Una forma sesquilineal  $\mathbf{F}$  sobre  $\mathcal{H}$  se dice ser  $\mathcal{U}$ -Toeplitz (o forma de Toeplitz relativa a la familia  $\mathcal{U}$ ) si para todo  $x, y \in \mathcal{H}$ ,

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}_\alpha x, \mathbf{U}_\alpha y) = \mathbf{F}(x, y), \quad \text{para todo } \alpha.$$

En esta charla consideraremos las formas de Toeplitz relativas a las familias de operadores  $\{\mathbf{Dil}_{\lambda, h}\}_{h>0}$ ,  $\{\mathbf{Tr}_x\}_{x \in \mathbb{R}}$ ,  $\{\mathbf{Rot}_\theta\}_{\theta \in [0, 2\pi)}$  y usando el enfoque de operadores de Toeplitz generados por formas sesquilineales propuesto por Vasilevski y Rozenblum [3],[4], presentaremos representaciones integrales de dichas formas de Toeplitz en el espacio de Bergman  $A_\lambda^2(\Pi)$ .

[1] P. ALEGRÍA; M. COTLAR. Generalized Toeplitz forms and interpolation colligations. *Math Nachrichten.* 190 (1998), 5-29.

<https://doi.org/10.1002/mana.19981900102>

[2] P. S. MUHLY. Toeplitz operators and semigroups. *J. Math. Anal. Appl.* 38, 312-319 (1972).

[https://doi.org/10.1016/0022-247X\(72\)90089-3](https://doi.org/10.1016/0022-247X(72)90089-3)

[3] G. ROZENBLUM; N. VASILEVSKI. Toeplitz operators defined by sesquilinear forms: Fock space case. *J. Funct. Anal.* 267 (2014), 4399-4430.

<https://doi.org/10.1016/j.jfa.2014.10.001>

[4] G. ROZENBLUM; N. VASILEVSKI. Toeplitz operators defined by sesquilinear forms: Bergman space case. *Journal of Mathematical Sciences.* 213 (2016), No. 4, 582-609.

<https://doi.org/10.1007/s10958-016-2726-0>



[5] K. ZHU. Analysis on Fock Spaces. *In Series: Graduate Texts in Mathematics, vol. 263, Springer, New-York, 2012.*  
ISBN: 978-1-4419-8801-0

[6] K. ZHU. Operator Theory in Function Spaces. *In Serie: Mathematical surveys and monographs, vol. 138, 2nd Edition. American Mathematical Society, Rhode Island, 2007.*  
ISBN-10: 0-8218-3965-9

*Martes 10:30-10:50.*

### **POLINOMIOS ORTOGONALES DE TIPO SOBOLEV EN DOS Y VARIAS VARIABLES**

HERBERT DUEÑAS RUIZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Se presentan sucesiones de polinomios ortogonales en dos variables asociadas con un producto interno de tipo Sobolev. A continuación se generaliza a varias variables y se obtiene una fórmula de conexión entre los polinomios ortogonales de varias variables asociados a una medida  $\mu$  y los polinomios perturbados. Usando esta fórmula, se estudian propiedades analíticas y algebraicas de los nuevos polinomios. Al final se presentan algunos ejemplos.

*Martes 10:55-11:15.*

### **UNA EXTENSIÓN DE LA DESIGUALDAD DE BLEI–KHINCHINE Y APLICACIONES**

DANIEL NUÑEZ ALARCÓN  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla, presentaremos una extensión de una especie de desigualdad de Khinchine propuesta por Ron Blei en su libro “Analysis in Integer and Fractional Dimensions. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 71. Cambridge University Press, Cambridge, 2001”. Como aplicación, obtenemos las constantes óptimas de las desigualdades mixtas de Littlewood y de Orlicz para escalares complejos.

*Martes 11:20-11:40.*

### **LI-YORKE CHAOS AND COMPOSITION OPERATORS ON HILBER SPACES**

CARLOS ÁLVAREZ  
UNIVERSIDAD DEL SINÚ

Li–Yorke chaos is a popular and well-studied notion of chaos. Several useful characterizations of this notion of chaos for linear operators on Banach spaces were obtained recently. In this work, we explore the notion of Li–Yorke chaos for composition operators defined on  $L^2$ -spaces. Moreover, we show that composition operators on Hardy space  $H^2(\mathbb{C}_+)$  are not Li–Yorke chaotic. This is a joint work with Javier Henríquez Amador (Universidad de la Costa) and Francisco Montero (Corposucre).

*Martes 11:45-12:05.*

**EL PROBLEMA DE LA CORONA**

CARLOS DUQUE  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

BREITNER OCAMPO  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

En esta charla se hará un breve repaso del estudio de la topología del espacio de ideales maximales de  $H^\infty$  (funciones analíticas y acotadas definidas en el disco unitario del plano complejo) así como de algunas de las herramientas que llevaron a la demostración de que el disco es denso en este espacio.

*Miércoles 10:30-10:50.*

**SOBRE LA CONVERGENCIA EN EL TEOREMA DE DIRICHLET-JORDAN**

FRANCISCO JAVIER MENDOZA TORRES  
FACULTAD DE CS. FÍSICO MATEMÁTICAS, BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA, MÉXICO

EDGAR TORRES-TEUTLE  
FACULTAD DE CS. FÍSICO MATEMÁTICAS, BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA, MÉXICO

El teorema de Dirichlet-Jordan es uno de los teoremas de inversión más importantes en el Análisis de Fourier. Este nos ayuda a recuperar la función de la cual proviene su transformada de Fourier. En el teorema clásico, se impone que la función sea de variación acotada ( $BV(\mathbb{R})$ ) y que al mismo tiempo sea integrable en el sentido de Lebesgue, que pertenezca a  $L^1(\mathbb{R})$ . F. Móricz en [Pointwise behavior of Fourier integrals of functions of bounded variation over  $\mathbb{R}$ , Journal of Mathematical Analysis and Applications (2004), 297: 527-539] prueba que la convergencia en la fórmula de Dirichlet-Jordan

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} (L) \int_M^M e^{ix\omega} \widehat{f}(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \{f(x+) + f(x-)\} \quad (1)$$

es uniforme en puntos de continuidad.

Probando que la intersección  $L^1(\mathbb{R}) \cap BV(\mathbb{R})$  está propiamente contenida en el espacio de funciones de variación acotada que se desvanecen en infinito ( $BV_0(\mathbb{R})$ ) y empleando la integral de Henstock-Kurzweil, nosotros generalizamos el resultado de Móricz, probando que: si  $f \in BV_0(\mathbb{R})$ , entonces

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty, \alpha \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} (HK) \int_{\alpha \leq |t| \leq \beta} e^{ixt} \mathcal{F}_{HK}(f)(t) dt = \frac{1}{2} \{f(x+) + f(x-)\}. \quad (2)$$

Además probamos que en los puntos de continuidad de  $f$ , la convergencia en (2) es uniforme.

[1] MENDOZA, F. J.; TORRES, E.; SENGUL, U. A contribution to the Dirichlet-Jordan theorem for non Lebesgue integrable functions. *Eurasian Bulletin of Mathematics*, Vol. 3, No. 3, 2020, pp.114-126].

*Miércoles 10:55-11:15.*

**POLINOMIOS ORTOGONALES DE ZERNIKE Y  
APLICACIONES**

GABRIEL ARTURO PULIDO COMBITA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Se hace una introducción a los polinomios ortogonales en varias variables centrándonos en el estudio las familias de polinomios ortogonales en el disco unidad. Se presenta la familia de polinomios ortogonales de Zernike, varias de sus propiedades, así como algunas aplicaciones en óptica, astronomía y análisis numérico y una breve introducción al análisis de polinomios de Zernike de mayor dimensión. Finalmente, se muestran ejemplos de otras familias de polinomios ortogonales en varias variables y algunas aplicaciones en ciencias naturales.

*Miércoles 11:20-11:40.*

**LEVEL SETS OF THE HYPERBOLIC DERIVATIVE FOR  
ANALYTIC SELF-MAPS OF THE UNIT DISK.**

JUAN HUMBERTO ARANGO ESCALANTE  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

HUGO JAVIER ARBELÁEZ PULGARÍN  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

DIEGO MEJÍA DUQUE  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Let the function  $\varphi$  be holomorphic in the unit disk  $\mathbb{D}$  of the complex plane  $\mathbb{C}$  and let  $\varphi(\mathbb{D}) \subset \mathbb{D}$ . We study the level sets and the critical points of the hyperbolic derivative of  $\varphi$ ,

$$|D_{\varphi}(z)| := \frac{(1 - |z|^2)|\varphi'(z)|}{1 - |\varphi(z)|^2}.$$

In particular, we show how the Schwarzian derivative of  $\varphi$  reveals the nature of the critical points.

*Miércoles 11:45-12:05.*

**NUEVOS RESULTADOS SOBRE LA DERIVADA FRACTAL**

MIGUEL VIVAS CORTEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

La derivada fraccionaria ha acaparado el interés de los investigadores en el último y presente siglo, el impacto del cálculo fraccional, tanto en matemática pura, como en aplicada, ha comenzado a incrementarse substancialmente durante las últimas dos décadas (ver [4-7]). En este trabajo realizamos una revisión de la derivada de Hausdorff, la cual relaciona la medida de Hausdorff con la geometría fractal, esta derivada también conocida como derivada de Chen fue propuesta por el matemático Wen Chen, así como también la integral de Chen sugerida por el mismo autor en el año 2018(ver [1]) para desarrollar un modelo de difusión tridimensional para medio poroso fractal [2]. También presentamos resultados asociados a la nueva derivada fractal propuesta por Sadek y Alaoui en 2022(ver [3]), en especial hacemos énfasis en las propiedades de la derivada fractal exponencial, el integral fractal exponencial y la transformada de Laplace fractal.

Finalmente, demostramos las versiones del teorema de Rolle, Valor medio y Valor medio generalizada para esta nueva derivada fractal.

[1] CHEN, W.; HEI, X.; SUN, H.; HU, D. (2018) Stretched exponential stability of nonlinear Hausdorff dynamical systems. *Chaos, Solitons & Fractal*, 109, 259-264.

[2] CAI, W.; CHEN, W.; WANG, F. (2018) Three-dimensional Hausdorff derivative diffusion model for isotropic/anisotropic fractal porous media. *Thermal Science* 22 (Suppl. 1), 1-6.

[3] ALAOUI, H.; SADEK, L. A new definition of the fractal derivative with classical properties. 2022. HAL.

[4] GUZMAN, P.; LUGO, L.; NÁPOLES, J.; VIVAS, M. (2020). On a new generalized integral operator and certain operating properties. *Axioms*, 9(2), 69. <https://doi.org/10.3390/axioms9020069>.

[5] VIVAS, M.; NÁPOLES, J.; HERNÁNDEZ, J.; VELASCO, J.; LARREAL, O. (2021). On nonconformable fractional Laplace transform. *Applied Mathematics & Information Sciences* 15(4), 403-409. <https://doi.org/10.18576/amis/150401>.

[6] VIVAS, M.; LUGO, L.; NÁPOLES, J.; SAMEI, M. (2022). A Multi-Index Generalized Derivative; Some Introductory Notes. *Applied Mathematics & Information Sciences* 16(6), 883-890.

[7] VIVAS, M.; KASHURI, A.; LIKO, R.; HERNÁNDEZ, J. (2020). Some New  $q$ -integral inequalities using generalized quantum Montgomery identity via pre-invex functions. *Symmetry* 12(4) 553. <https://doi.org/10.3390/sym12040553>

*Jueves 10:30-10:50.*

### **SOBRE LA CONTINUIDAD Y LA COMPACIDAD DE UN PROCESO DEFINIDO POR UN OPERADOR DE COMPOSICIÓN CON ENTRADAS EN $L^P$ CON PESOS**

JULIO CESAR RAMOS FERNANDEZ  
UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Esta charla trata sobre la continuidad y la compacidad del operador de composición con peso actuando entre espacios  $l^p$  con pesos; pero con un enfoque de un proceso simple en la cual a una sucesión de entrada  $\mathbf{x} = \{x(k)\}$  en un espacio  $l^p$  con peso se le aplica una función  $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  que organiza sus elementos para luego asignarle un peso  $u$  y obtener como salida una sucesión  $\mathbf{y} = W_{\varphi,u}(\mathbf{x}) = u \cdot \varphi(\mathbf{x})$ . Se pregunta: ¿cuándo este proceso es continuo?, o ¿cuándo es compacto? y se le da respuestas a ambas preguntas desde un punto de vista de la teoría de operadores.

*Jueves 10:55-11:15.*

**DOS CLASES DE OPERADORES RELACIONADOS CON EL  
PROBLEMA DE LA CLASE DE PERTURBACIÓN PARA  
OPERADORES SEMI-FREDHOLM**

MARGOT SALAS BROWN  
UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

Dada una clase  $\mathcal{A}$  de operadores entre espacios de Banach, su clase de perturbación  $P\mathcal{A}$  se define como la clase de operadores  $K$  tal que  $T + K \in \mathcal{A}$  para todo  $T \in \mathcal{A}$ . Para operadores semi-Fredholm superior e inferior  $\Phi_+$  y  $\Phi_-$ , las clases de operadores estrictamente singulares  $\mathcal{SS}$  y estrictamente cosingulares  $\mathcal{SC}$  satisfacen  $P\Phi_+ \subseteq \mathcal{SS}$  y  $P\Phi_- \subseteq \mathcal{SC}$ . El problema de la clase de perturbación para operadores semi-Fredholm consiste en determinar condiciones o pares de espacios de Banach bajo las cuales estas clases son iguales. Este es un problema que estuvo abierto por muchos años, en el 2003 se obtiene un ejemplo de que en general las igualdades no son ciertas. Sin embargo, es interesante encontrar pares de espacios de Banach  $X, Y$  para los cuales este problema tiene solución positiva, ya que esto proporciona una caracterización intrínseca de los operadores que están en la clase de perturbación. Se presentarán dos clases de operadores  $\Phi\mathcal{S}$  y  $\Phi\mathcal{C}$  que satisfacen  $\mathcal{SC} \subset \Phi\mathcal{S} \subset P\Phi_+$  y  $\mathcal{SC} \subset \Phi\mathcal{C} \subset P\Phi_-$ . Se presentarán condiciones bajo las cuales las inclusiones anteriores se convierten en igualdad originando nuevas soluciones positivas al problema de la clase de perturbación para operadores semi-Fredholm.

*Jueves 11:20-11:40.*

**SOBRE UN ENCAJE NO LINEAL DE SUBESPACIOS  
EXTREMADAMENTE REGULARES**

DANIEL FABIAN SUAREZ NAVARRO  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Sean  $S$  un espacio localmente compacto y  $X$  un espacio de Banach. Decimos que una función  $f : S \rightarrow X$  se anula en el infinito si se cumple que para todo  $\varepsilon > 0$  el conjunto  $\{k \in K : \|f(k)\| > \varepsilon\}$  es compacto. Denotamos por  $C_0(S, X)$  el espacio de Banach de las funciones de  $S$  en  $X$  que se anulan en el infinito, junto con la norma del supremo. Si  $X$  es el cuerpo de los escalares, denotaremos el conjunto  $C_0(S, X)$  por  $C_0(S)$ .

El objetivo de la charla es probar el siguiente teorema.

Sea  $K$  un espacio compacto Hausdorff,  $S$  un espacio localmente compacto Hausdorff y  $X$  un espacio de Banach. Supongamos que existe una función  $T$  de un subespacio extremadamente regular  $A$  de  $C(K)$  a  $C_0(S, X)$  tal que

$$\frac{1}{M}\|f - g\| \leq \|T(f) - T(g)\| \leq M\|f - g\|, \forall f, g \in A \quad (5.1)$$

con  $1 \leq M^2$ .

*Jueves 11:45-12:05.*

## 5.8. COMBINATORIA

### COCIENTES DE SEMIGRUPOS NUMÉRICOS

KEVIN WOODS  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

CHRISTOPHER ONEILL  
SAN DIEGO STATE UNIVERSITY

TRISTRAM BOGART  
OBERLIN COLLEGE

Dentro de la combinatoria aditiva, se estudian los subsemigrupos de los números naturales, o semigrupos numéricos. Todo semigrupo numérico tiene un único conjunto generador minimal. Una construcción natural es el cociente  $\frac{S}{d}$  de un semigrupo numérico  $S$  por un número  $d$ , que se define como el conjunto de números naturales  $n$  tales que  $nd$  está en  $S$ .  $\frac{S}{d}$  también es un semigrupo numérico.

Podemos definir el rango cociente de  $S$  como el mínimo número  $k$  tal que  $S$  es un cociente de un semigrupo generado por  $k$  números. Todavía no se sabe si hay un algoritmo para calcular este parámetro. Sin embargo, veremos varias nuevas formas de acotarlo por arriba o por abajo. Se seguirá que “casi todo” semigrupo numérico tiene rango cociente igual al número de sus generadores. También veremos la equivalencia entre el rango cociente y otro parámetro más geométrico del semigrupo.

*Martes 10:30-10:50.*

#### **MODULAR $G$ -GOLOMB RULERS AND LAMBDA-CONFIGURATIONS**

CRISTIAN MENESES  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

CARLOS MARTOS  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

An  $\lambda$ -Golomb ruler is a finite subset of an additive commutative group whose difference set admits at most  $\lambda$  repetitions of its elements. On the other hand, a symmetric  $\lambda$ -configuration is an incidence structure with  $v$  points and  $v$  lines, which satisfies that each line has  $k$  points and each point is on  $k$  lines. Two points are connected by at most  $\lambda$  lines, and two different lines intersect at most  $\lambda$  points. The talk aims to explain the construction of symmetric configurations from  $\lambda$ -golomb rulers with some particular parameters.

*Martes 11:00-11:20.*

#### **COMBINATORIAL RELATIONSHIP BETWEEN FINITE FIELDS AND FIXED POINTS OF FUNCTIONS GOING UP AND DOWN**

EMERSON LEÓN

JULIÁN PULIDO  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

We explore a combinatorial bijection between two seemingly unrelated topics: the roots of irreducible polynomials of degree  $m$  over a finite field  $F_p$  for a prime number  $p$  and the number of points that are periodic of order  $m$  for a continuous piece-wise linear function  $g_p : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  that *goes up and down  $p$  times* with

slope  $\pm p$ . We provide a bijection between  $F_{p^n}$  and the fixed points of  $g_p^n$  that naturally relates some of the structure in both worlds. Also we extend our result to other families of continuous functions that goes up and down  $p$  times, in particular to Chebyshev polynomials, where we get a better understanding of its fixed points. A generalization for other piece-wise linear functions that are not necessarily continuous is also provided.

*Martes 11:30-11:50.*

### EL MÉTODO DE REESCRITURA EN EL ESTUDIO DE OPERADS NO SIMÉTRICOS

EDWARD JULIAN SALAMANCA  
UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

Estudiamos la técnica combinatoria de reescritura como está definida por Loday y Vallette, para el estudio de la propiedad de Koszul definida por Ginzburg y Kapranov en operads no simétricos. En particular, nos centramos en los operads no simétricos conjuntistas binarios  $\mathcal{A}s$ ,  $\mathcal{D}ias$  y  $\mathcal{T}rias$  de acuerdo a una estrategia de “transferencia de energía” que puede extenderse para definir un nuevo operad no simétrico que llamamos  $\mathcal{T}etraas$ .

*Martes 3:15-3:35.*

### ALGUNAS IDENTIDADES COMBINATORIAS DE NÚMEROS $R$ -STIRLING MEDIANTE GRAMÁTICAS INDEPENDIENTES DEL CONTEXTO

JUAN GABRIEL TRIANA LAVERDE  
UNIVERSITARIA AGUSTINIANA

Los conceptos de función formal y operador derivada formal fueron presentados por William Chen en 1993, dando origen a un cálculo gramatical con diversas aplicaciones en combinatoria. Dado un alfabeto  $\Sigma$  se define una función formal de la siguiente manera: cada  $a \in \Sigma$  es una función formal; si  $u$  y  $v$  son funciones formales, entonces  $u + v$  y  $u - v$  son funciones formales; si  $f(x)$  es una función analítica, y  $u$  es una función formal, entonces  $f(u)$  es una función formal; cada función formal es construida a partir de un número finito de pasos.

Dado un alfabeto  $\Sigma$  y un conjunto  $G$  formado por reglas de producción de la forma  $a \rightarrow u$ , donde  $a \in \Sigma$  y  $u$  es una función formal, se define el operador derivada formal  $D$ , con respecto a  $G$ , de tal forma que  $D(a) = u$  si existe en  $G$  una producción tal que  $a \rightarrow u$ ; en otro caso  $D(a) = 0$ .

Los números de Stirling de segunda clase, denotados  $\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$ , son una familia de números extensamente estudiados en combinatoria debido a que cuentan el número de particiones del conjunto  $\{1, 2, \dots, n\}$  en  $k$  conjuntos disjuntos no vacíos; una generalización, denominada números  $r$ -Stirling de segunda clase, es dada por la recurrencia

$$\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}_r = k \left\{ \begin{matrix} n-1 \\ k \end{matrix} \right\}_r + \left\{ \begin{matrix} n-1 \\ k-1 \end{matrix} \right\}_r \text{ para } n > r$$

con  $\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}_r = 0$  para  $n < k$ .

*Martes 3:45-4:05.*

### GRAFO ERDÖS-RÉNYI Y CONJUNTOS $B_2$

DAVID FERNANDO DAZA URBANO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

El grafo polaridad ortogonal Erdős-Rényi, denotado  $ER_q$ , fue construido por Erdős y Rényi a partir del plano proyectivo finito  $PG(2, q)$ , con el propósito de dar ejemplos de grafos con grado máximo pequeño, pocas aristas, y diámetro dos. Erdős, Rényi y Sós y de forma independiente Brown consideraron nuevamente este grafo en conexión al problema asintótico de determinar el mayor número de aristas en un grafo de un orden dado, sin contener ciclos de longitud cuatro. De otro lado, un subconjunto de un grupo aditivo es un conjunto  $B_2$  si todas las sumas de pares de sus elementos son distintas, salvo conmutatividad. El estudio de estos conjuntos tuvo origen en los enteros, cuando Simón Sidon le preguntó a Paul Erdős por el máximo cardinal que puede tener un conjunto  $B_2$  en los enteros y que esté contenido en  $\{1, \dots, n\}$ . En esta charla se mostrará una estrecha relación entre estos conjuntos y  $ER_q$ .

*Miércoles 10:30-10:50.*

### CONTEO DE PICOS SIMÉTRICOS EN LOS CAMINOS DE DYCK

RIGOBERTO FLOREZ  
THE CITADEL, CHARLESTON, SC, U.S.A.

JOSÉ LUIS RAMIREZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

A *Dyck path* is a lattice path in the first quadrant of the  $xy$ -plane that starts at the origin and ends on the  $x$ -axis and has even length. This is composed of the same number of North-East ( $X$ ) and South-East ( $Y$ ) steps. A *peak* and a *valley* of a Dyck path are the subpaths  $XY$  and  $YX$ , respectively. A peak is *symmetric* if the valleys determining the maximal pyramid containing the peak are at the same level.

In this talk we give recursive relations, generating functions, as well as closed formulas to count the total number of symmetric peaks and asymmetric peaks. We also give an asymptotic expansion for the number of symmetric peaks.

*Miércoles 11:00-11:20.*

### TESELACIONES ALEATORIAS SOBRE GRILLAS

JOSÉ LUIS RAMÍREZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

DIEGO VILLAMIZAR  
UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

En esta charla presentaremos algunas variaciones sobre un problema de conteo de teselaciones coloreadas en grillas de tamaño  $m \times n$ . Para un valor fijo de  $m$ , mostraremos que el problema se puede atacar de manera simbólica mediante funciones generatrices bivariadas. En particular, mostraremos de manera explícita el número de teselaciones coloreadas sobre grillas de tamaño  $m \times n$  para  $m = 2, 3$ . También mostraremos el caso de grillas hexagonales. Con estos resultados podemos deducir el valor esperado y la varianza del número de poliminós. Algunos de estos resultados fueron descubiertos mediante simulaciones de Monte Carlo.

*Miércoles 11:30-11:50.*



**CERRADOS REGULARES, RETÍCULOS Y ADJUNCIÓN**

LUISA FERNANDA ROZO POSADA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

IBETH MARCELA RUBIO PERILLA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Se presentan los cerrados regulares de un espacio topológico, su estructura como retículo de Boole completo y una adjunción de conjuntos ordenados que los pone en isomorfismo con los abiertos regulares. Por otro lado, se presenta un resultado importante sobre la caracterización de cualquier retículo booleano completo como un retículo isomorfo al retículo de conjuntos cerrados regulares de un espacio topológico.

*Jueves 10:30-10:50.*

**ENUMERANDO PALABRAS DE CATALAN QUE EVITAN  
PATRONES CONSECUTIVOS**

EMMANUEL SILVA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Presentamos un estudio sistemático de la distribución del último símbolo en el conjunto de las palabras de Catalan que evitan un patrón consecutivo de longitud a lo más tres. Para cada patrón, proporcionamos una función generatriz bivariada con respecto a la longitud y el último símbolo de dichas palabras. Deducimos sus relaciones de recurrencia y formas cerradas, y presentamos aproximaciones asintóticas para el valor esperado del último símbolo de las palabras de Catalan que evitan esos patrones. Finalmente, caracterizamos sus sucesiones usando arreglos de Riordan. Este es un trabajo conjunto con J.L Baril, D. Colmenares, J.L. Ramírez, L.M. Simbaqueba y D. Toquica.

*Jueves 11:00-11:20.*

**COMPOSICIONES DE ARNDT: RELACIÓN CON LOS  
NÚMEROS DE FIBONACCI, ESTADÍSTICAS Y  
GENERALIZACIONES**

DANIEL CHECA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Una composición de un entero  $n$  es una sucesión  $(x_1, \dots, x_k)$  de enteros positivos que satisface  $\sum_{i=1}^k x_i = n$ . Una composición de Arndt además cumple que

$$x_{2i-1} > x_{2i}$$

para todo  $i > 0$ ; es decir, el primer sumando es mayor que el segundo, el tercero es mayor que el cuarto, etc.

Las composiciones de este tipo son bautizadas en honor a Joerg Arndt, quien las estudió inicialmente y publicó en 2013 en la OEIS (A000045) que para cada  $n > 0$  existen exactamente  $f_n$  composiciones de Arndt, donde  $f_n$  es el  $n$ -ésimo número de Fibonacci, sin dar una prueba formal. En el año 2022 los matemáticos Brian Hopkins y Aram Tangboonduangjit publicaron dos pruebas combinatorias que verifican esta observación.

En el póster se resumen dos pruebas alternativas de este resultado, demostrando que la función generatriz de su sucesión de conteo corresponde a

$$\frac{z}{1 - z - z^2},$$

que a su vez es la de la sucesión de los números de Fibonacci.

El uso de este método es ventajoso, pues permite estudiar estadísticas sobre estas composiciones como la longitud y el tamaño del último sumando, además de proporcionar información sobre la media y varianza, relaciones de recurrencia y estimaciones asintóticas. Asimismo, da lugar a generalizaciones cuando se modifica la restricción inicial por

- $x_{2i-1} \geq x_{2i} + k$  para cualquier entero  $k$ .
- $x_{2i-1} \neq x_{2i}$ .
- $|x_{2i-1} - x_{2i}| \geq k$  para  $k > 0$ .
- $ax_{2i-1} > bx_{2i} + c$  para  $a, b, c \geq 0$ .
- $x_{2i-1} > x_{2i+k}$  para  $k > 0$ .
- $x_{mi-m+1} > x_{mi-m} > \dots > x_{mi}$  para  $m > 0$  —¿qué ocurre cuando se consideran secuencias de  $m$  sumandos decrecientes?—.

Finalmente, también se presentan algunas preguntas abiertas que se espera responder durante este año en el proyecto de trabajo de grado.

*Jueves 11:30-11:50*

## 5.9. ECUACIONES DIFERENCIALES

### STABLE PERIODIC RESPONSES IN SIMPLE PARALLEL-PLATE MEMS BASED ON A FAMILY OF GRAPHENE-LIKE MATERIALS

LARRY MURCIA TERRANOVA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

DANIEL E. NUNEZ LOPEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

JORGE GALAN VIOQUE  
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

In this work we study the existence, multiplicity and the stability properties of lateral (positive) periodic responses in a class of simple parallel-plate microelectromechanical systems based on graphene and graphene-like materials with a non-constant  $T$ -periodic input voltage. We also complete some partial results from the literature about this kind of model and prove analytically the existence of a positive asymptotically locally stable  $T$ -periodic oscillation, in particular for the graphene-based model introduced in (Kadyrov et al., 2021). Therefore we prove that a suitable tuning of the input voltage leads to a stable functioning of the device without an external controller. The main results are obtained

by means of the Lower and Upper Solutions Method, and the combination of known multiplicity results for periodic solutions of a Duffing equation with convex potential and some results that relate the asymptotic stability of periodic solutions with Topological Degree.

*Lunes 2:45-3:05.*

**PERIODIC MOTIONS IN ELECTROSTATIC ACTUATORS,  
SOLUTIONS IN TIME-DELAY DUFFING EQUATION WITH  
STRONG SINGULARITY**

ANDRÉS RIVERA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

PABLO AMSTER  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

ALEXANDER ARREDONDO  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KORAND-LORENZ

We present some recent results on the existence, multiplicity, and stability of periodic solutions of nonlinear oscillators with equation of motion given by a forced time-delay Duffing equations of type

$$\ddot{x}(t) + c(x(t))\dot{x}(t) + x(t) + \alpha x^3(t) = \frac{[V(t) + \sigma(s(t), s_\tau(t), g)]^2}{(1-x)^2},$$

where  $c(x)\dot{x}$  represents a damping force,  $\alpha \in \mathbb{R}$  on the oscillator,  $V : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is a positive and  $T$ -periodic function where,

$$\sigma(s(t), s_\tau(t), g) = \begin{cases} g(x_\tau(t) - x(t)) & \text{in the case } s(t) = x(t), \\ g(\dot{x}_\tau(t) - \dot{x}(t)) & \text{in the case } s(t) = \dot{x}(t). \end{cases}$$

with  $s_\tau(t) := s(t - \tau)$  and  $\tau, g \in \mathbb{R}$ . This type of equation emerges in modeling a system of micro-electro-mechanical devices, for example, the Nathanson model and other similar actuators, that act under the presence of a feedback controller with a time delay that measures the output signal,  $s(t)$ . The fundamental ideas of our talk can be extended to a large class of actuators like the comb-drive finger model, the torsional actuator, and the graphene-based parallel plate actuator.

*Lunes 3:10-3:30.*

**SISTEMAS ELÍPTICOS DE TIPO HAMILTONIANO CON  
NO-LINEALIDADES CÓNCAVAS-CONVEXAS, PARTE I**

OSCAR AGUDELO  
UNIVERSIDAD DE BOHEMIA DEL OESTE

Consideremos el problema de valores en la frontera:

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda v^r + v^p & \text{in } \Omega, \\ -\Delta v = \mu u^s + u^q & \text{in } \Omega, \\ u > 0, v > 0 & \text{in } \Omega, \\ u = v = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (\text{P})$$

en el cual  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  es un dominio suave acotado,  $\Delta$  es el operador Laplaciano,  $\mu, \lambda \geq 0$ ,  $r, s \in (0, 1)$  y  $p, q \in (1, \infty)$ . El estudio de este problema está motivado por los resultados de Ambrosetti, Brezis y Cerami (ver [1]).

En esta primera charla presentamos algunos resultados recientes en relación con existencia, no existencia y regularidad de soluciones del problema (P). Estos aspectos forman parte de un trabajo en progreso en colaboración con Bernhard Ruf (Universidad de Milán) y Carlos Vélez (Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín).

También mostraremos algunos experimentos numéricos relacionados con multiplicidad de soluciones para el problema (P), en el caso  $N = 1$ , que provienen de un trabajo en colaboración con Gabriela Holubova y Martin Kudlač (Universidad de Bohemia del Oeste).

Esta charla está propuesta con una segunda parte que expondrá Carlos Vélez, en la cual se aborda la cuestión de multiplicidad de soluciones para el problema (P).

[1] AMBROSETTI A.; BREZIS H.; CERAMI G. Combined effects of concave and convex nonlinearities in some elliptic problems. *J. Funct. Anal.* **122** (1994), no. 2, 519-543.

*Lunes 3:35-3:55.*

**REDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL  
SHARMA-TASSO-OLVER POR GRUPOS DE SIMETRÍAS,  
ANÁLISIS CUALITATIVO LOCAL Y SOLUCIONES  
NÚMERICAS**

GERMAN FABIAN ESCOBAR FIESCO  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

OSCAR MARIO LONDOÑO DUQUE  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

JULIO CESAR DUARTE VIDAL  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

En este trabajo, se encuentra una reducción de la ecuación diferencial parcial no lineal Sharma-Tasso-Olver usando el grupo continuo de simetrías de Lie, se realiza un análisis de bifurcación local respecto de un parámetro de la ecuación diferencial ordinaria no lineal reducida y se calculan soluciones numéricas por diferencias finitas por el esquema de Greig-Morris.

*Lunes 3:35-3:55.*

**SISTEMAS ELÍPTICOS DE TIPO HAMILTONIANO CON  
NO-LINEALIDADES CÓNCAVAS-CONVEXAS, PARTE II**

CARLOS VELEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla, la cual es la segunda parte de la charla propuesta por Oscar Agudelo, se estudia la existencia de múltiples soluciones para problema de valores en la frontera

$$\left\{ \begin{array}{ll} -\Delta u = \lambda v^r + v^p & \text{in } \Omega, \\ -\Delta v = \mu u^s + u^q & \text{in } \Omega, \\ u > 0, v > 0 & \text{in } \Omega, \\ u = v = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{array} \right. \quad (\text{P})$$

en el cual  $\Omega \subset^N$  es un dominio suave acotado,  $\Delta$  es el operador Laplaciano,  $\mu, \lambda \geq 0$ ,  $r, s \in (0, 1)$  y  $p, q \in (1, \infty)$ .

Los resultados que aquí se presentan, los cuales están motivados por los resultados de Ambrosetti, Brezis y Cerami (ver [1]), estudian la región planar de parámetros  $\lambda$  y  $\mu$  para los cuales el problema (P) tiene al menos dos soluciones. Estos aspectos forman parte de un trabajo en progreso en colaboración con Oscar Agudelo (Universidad de Bohemia del Oeste) y Bernhard Ruf (Universidad de Milán).

[1] AMBROSETTI A.; BREZIS H.; CERAMI G. Combined effects of concave and convex nonlinearities in some elliptic problems. *J. Funct. Anal.* **122** (1994), no. 2, 519-543.

Lunes 4:00-4:20.

**EXISTENCE OF RUNNING SOLUTIONS IN A RELATIVISTIC TRICOMIS EQUATION USING PERTURBATION THEORY**

ALEXANDER GUTIÉRREZ  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

DANIEL CORTES  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

We use perturbation methods to establish the existence of a second kind periodic solution (running solution) of a nonlinear Tricomis equation type under relativistic effects. first, we estimate conditions for the existence of either an equilibrium point or a second-kind periodic solution through the average method, where we assumed the nonlinear part as a positive perturbation. Then, we use the Melnikov function to estimate conditions for the existence of running solutions, considering the persistence of the homoclinic orbits associated with the conservative equation.

Lunes 4:00-4:20.

**ECUACIÓN KDV-BURGERS EN LA MITAD DE PLANO: ANÁLISIS Y CONTROL**

IVONNE RIVAS TRIVINO  
UNIVESIDAD DEL VALLE

LILIANA ESQUIVEL MORA  
UNIVESIDAD DEL VALLE

En esta charla, nosotras consideramos el problema de inicial y de frontera de la ecuación KdV-Burger en la mitad de la recta:

$$\begin{cases} y_t + y_{xxx} - y_{xx} + (f(y))_x = 0, & x < 0, t > 0, \\ y(0, t) = h(t), & t > 0, \\ y(x, 0) = y_0(x), & x < 0, \end{cases}$$

con  $f(u) = \frac{b}{2}u^2 + \frac{c}{3}u^3$ ,  $b, c \in \mathbb{R}$  y  $b \neq 0$ . La ecuación KdV-Burgers es bien conocida por modelar ondas en aguas profundas en zonas cercanas a las costas . También modela formación de crestas de arena formadas por ondas progresivas

de infragravedad. Inicialmente, se caracteriza la solución mediante la división en el problema de frontera, establecida explícitamente y el problema definido en  $\mathbb{R}$ , para demostrar la buena colocación en  $H^s(\mathbb{R}^-)$  for  $s > -1$ . Posteriormente, la controlabilidad del sistema presentado desde la frontera es analizada.

*Martes 10:30-10:50.*

**ESTABILIDAD Y BIFURCACION DE HOPF EN UN MODELO PRESA-PREDADOR CON EFECTO ALLE SOBRE LA PRESA**

WILMER LIBARDO MOLINA YEPEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

AIDA PATRICIA GONZÁLEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

JHON JAIRO PÉREZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En los fenómenos de la vida real el tiempo y el espacio son variables inseparables y solo cuando se las considera, se pueden entender muchas situaciones ecológicas con mayor precisión. Los modelos clásicos presa-predador reflejan en la población cambios debidos a la depredación en una situación en la que las densidades de predadores y presas no son espacialmente dependientes, ni tienen en cuenta el hecho de que la población no esté distribuida de manera homogénea, tampoco el hecho de que los predadores y presas desarrollen naturalmente estrategias para sobrevivir. en general las especies involucran procesos de difusión que pueden ser bastante complicados, ya que los diferentes niveles de concentración de presas y predadores causan diferentes movimientos de población. En este trabajo se hace un estudio de la estabilidad local y de la bifurcación de Hopf, se muestran las expresiones algebraicas correspondientes al primer coeficiente de estabilidad de Lyapunov para un sistema general Reacción-Difusión con respuesta funcional tipo Holling II y efecto Allee aditivo sobre la presa, el cual está determinado en el siguiente sistema de dos ecuaciones en derivadas parciales y sujeto a las condiciones de frontera de Neumann sobre un dominio espacial  $(0, \ell\pi)$  con  $\ell \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} N_t &= d_1 N_{xx} + rN \left(1 - \frac{N}{k}\right) - \frac{mN}{N+b} - \frac{NP}{N+a} & x \in \Omega, t > 0, \\ P_t &= d_2 v_{xx} + sP \left(-\beta + \frac{N}{N+a}\right), & x \in \Omega, t > 0, \end{aligned}$$

con condiciones de Neumann

$$\begin{aligned} N_x(0, t) &= P_x(0, t) = 0 & t > 0, \\ N_x(\ell\pi, t) &= P_x(\ell\pi, t) = 0 & t > 0, \\ N(x, 0) &= N_0(x), & x \in \Omega, \\ P(x, 0) &= P_0(x), & x \in \Omega, \end{aligned}$$

donde:  $\Omega = (0, \ell\pi)$  es un dominio espacial abierto y acotado de  $\mathbb{R}$  con  $\ell \in \mathbb{R}^+$ ;  $m$  es el parámetro de bifurcación;  $N = N(x, t)$ ,  $P = P(x, t)$  son las densidades de la presa y el predador respectivamente;  $t > 0$  es el tiempo y  $x \in \Omega$  es una posición espacial;  $r > 0$  es la tasa intrínseca de crecimiento o potencial biótico de la presa  $N$ ,  $m, b > 0$  son las constantes del efecto Allee  $k > 0$  es la capacidad de carga del medio respecto a la presa,  $\beta$  es la tasa de mortalidad del depredador

y  $s$  es la concentración de comida. Las constantes no negativas  $d_1$  y  $d_2$  son los coeficientes de difusión de  $N(t)$  y  $P(t)$  respectivamente.

Si  $mbr$ , el efecto Allee es fuerte. El efecto Allee fuerte introduce un umbral de población y la población debe superar este umbral para crecer. Por el contrario, una población con un efecto Allee débil no tiene un umbral.

*Martes 10:30-10:50.*

### MÉTODO DE CONTINUACIÓN ANALÍTICA PARA LA ECUACIÓN DE BENJAMIN-ONO

LILIANA ESQUIVEL  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

IVONNE RIVAS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

En esta charla, nosotras consideramos el problema de inicial y de frontera de la ecuación Benjamin-Ono en la mitad de la recta:

$$(BO) : \begin{cases} u_t + \mathcal{H}u_{xx} + u\partial_x u = 0, & t > 0, x > 0, \\ u(x, 0) = \phi(x), & x > 0, \\ u_x(0, t) = h(t), & t > 0, \end{cases}$$

, siendo  $u$  una función de variable real,  $\mathcal{H}$  la transformada de Hilbert. La ecuación de Benjamin-Ono es una ecuación dispersiva muy conocida que describe el comportamiento de ondas internas unidimensionales en aguas profundas. Se utiliza el método de continuación analítica, el cual está basado en la teoría de integrales de tipo Cauchy, para caracterizar la solución al problema lineal. Posteriormente, se procede a usar el decaimiento del operador que actúa sobre la condición inicial y el operador que actúa sobre la condición de frontera para garantizar la existencia global de la solución. Finalmente, se utilizan estimativos de tipo energía para obtener una persistencia sobre la regularidad de las soluciones.

*Martes 10:55-11:15.*

### PERIODIC OSCILLATIONS IN THE RESTRICTED HIP-HOP ( $2N + 1$ )-BODY PROBLEM

ANDRES RIVERA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

OSCAR PERDOMO  
CENTRAL CONNECTICUT STATE UNIVERSITY

NELSON CASTAÑEDA  
CENTRAL CONNECTICUT STATE UNIVERSITY

In this talk, we show a new restricted  $n$ -body problem, in which  $2N$  primary particles of equal masses move in space under Newton's law of gravitation forming the vertices of antiprisms while a particle of negligible mass moves along the common axis of symmetry of the antiprisms. This  $n$ -body problem that we call the restricted hip-hop ( $2N + 1$ )-body problem is an extension of the generalized Sitnikov problem for which the primaries remain in the same plane. Our work also relies on an early study where certain families of periodic hip-hop solutions to a  $2N$ -body problem were constructed. We provide the main ideas

that allow to prove the existence of a continuous symmetric family of solutions of the restricted hip-hop  $(2N + 1)$ -body problem for each family of symmetric and periodic hip-hop solutions of the primaries. The main tools for proving our results are the implicit function theorem and a compactness argument. In addition, we present some numerical periodic solutions to the restricted 7-body problem.

*Martes 10:55-11:15.*

## IDENTIFICATION OF A COEFFICIENT IN A BIDIRECTIONAL WATER WAVE MODEL

JUAN CARLOS MUÑOZ  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

DEISSY MARCELA PIZO  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Given  $L > 0$ , and a final time  $T > 0$ , we consider the inverse problem of reconstructing the space-dependent metric coefficient  $M(\xi)$  in the one-dimensional Boussinesq-type system

$$\begin{aligned} M(\xi)\eta_t + \left(1 + \frac{\alpha\eta}{M(\xi)}u\right)_\xi - \frac{\beta}{6}(M(\xi)\eta_t)_{\xi\xi} &= 0, \quad \xi \in [0, L], t \geq 0, \\ u_t + \eta_\xi + \frac{\alpha}{2}\left[\left(\frac{u}{M(\xi)}\right)^2\right]_\xi - \frac{\beta}{6}u_{\xi\xi t} &= 0, \end{aligned}$$

subject to initial and boundary value conditions

$$\begin{aligned} \eta(\xi, 0) &= \eta_0(\xi), \quad u(\xi, 0) = u_0(\xi), \quad \xi \in [0, L], \\ \eta(0, t) &= \eta(L, t) = 0, \quad u(0, t) = u(L, t) = 0, \quad t \geq 0, \end{aligned}$$

which was introduced by Quintero and Muñoz in [1] and studied also by Garnier et al. in [5]. This Boussinesq formulation is a mathematical model for describing the two-way propagation of small amplitude water waves on the surface of a one-dimensional shallow channel located along the interval  $[0, L]$ , with a variable depth. Here the function  $\eta(\xi, t)$  denotes the wave elevation measured with respect to the undisturbed free surface,  $u(\xi, t)$  represents the horizontal velocity measured at a fixed depth, at a point  $\xi$  and time  $t$ , and the constants  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  are the nonlinear, and dispersion parameters, respectively. The coefficient  $M(\xi)$  is a  $C^\infty$  function related to the physical channel depth, and we are interested in reconstructing it from the initial data  $\eta_0, u_0$ , and some final measurements of the wave elevation and the fluid velocity at the final time  $T$ .

We analyze the well-posedness of the forward initial-boundary value problem and characterize the inverse problem considered as a constrained optimization one, where an appropriate regularized Tikhonov-type functional constrained by the Boussinesq system is introduced. The forward problem is studied theoretically and approximated numerically by combining a finite-element strategy for spatial discretization using the Python-FeniCS computing platform [2], together with a second-order implicit scheme for time stepping. The minimization process of the Tikhonov-regularization adopted is performed with an iterative L-BFGS-B quasi-Newton algorithm as described for instance by Byrd et al. and Zhu et al. [3], [4]. Numerical simulations are presented to demonstrate the robustness



of the proposed method with noisy data. The local stability and uniqueness of the solution to the constrained optimization problem for a fixed value of the regularization parameter are also proved and illustrated numerically.

[1] R. QUINTERO; J.C. MUÑOZ. Existence and uniqueness for a Boussinesq system with a disordered forcing. *Meth. Appl. Anal.*, Vol. 11, No. 1, pp. 015-032, 2004.

[2] FeniCS computing platform. <https://fenicsproject.org/>

[3] R.H. BYRD; P. LU; J. NOCEDAL; C.Y. ZHU. A limited memory algorithm for bound-constrained optimization. *SIAM J. Sci. Comput.* 16, No. 5, pp. 1190-1208, 1995.

[4] C. ZHU; R.H. BYRD; P. LU; J. NOCEDAL. Algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization, *ACM Trans. Math. Software*, 23, No. 4, pp. 550-560, 1997.

[5] J. GARNIER; J.C. MUÑOZ; A. NACHBIN. Effective behavior of solitary waves over random topography. *Multiscale Model. Simul.* Vol 6, No. 3, pp. 995-1025, 2007.

*Martes 11:20-11:40.*

### **SOBRE LA DINÁMICA DEL CONVERTIDOR BUCK-BOOST CONTROLADO CON ZAD**

DIEGO ALEJANDRO LONDOÑO PATIÑO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SIMEÓN CASANOVA TRUJILLO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Los convertidores DC-DC son importantes debido a sus múltiples aplicaciones en el campo de la electrónica de potencia y demás campos de investigación donde se requiera la transferencia de energía eléctrica. Podemos controlar y variar un voltaje de CC constante con la ayuda de un convertidor Buck-Boost, el cual es un tipo de convertidor de potencia que convierte tensión/potencia de CC fija en tensión o potencia de CC variable. Se trata de un convertidor de alta velocidad que conecta y desconecta la carga  $R$  de la fuente a una velocidad muy alta para obtener un voltaje variable siguiendo una señal de referencia. La acción de conmutación hace que este tipo de circuito posea una dinámica compleja y comportamiento caótico, entre otras cosas. Este tiempo de conmutación se controla mediante el uso de una superficie de conmutación, diseñada como una combinación lineal del error en la corriente y el error en la tensión de salida, sin embargo, se pueden usar otros tipos de superficies conmutadoras. En esta charla se propone analizar la dinámica de este convertidor mediante la variación de los parámetros asociados tanto al error en la corriente como al error de la tensión, determinando la existencia de órbitas periódicas, bifurcaciones y comportamiento caótico que presente el sistema.

*Martes 11:20-11:40.*

**LOCAL WELL-POSEDNESS OF DISPERSIVE EQUATIONS IN WEIGHTED SOBOLEV SPACES WITH APPLICATION TO DISPERSIVE BLOW-UP OF SOLUTIONS**ALEXÁNDER MUÑOZ GARCÍA  
UNIVERSIDAD ESTATAL DE CAMPINAS

In the first part of this talk we study a wide way to obtain local well-posedness in the spaces  $H^s(\mathbb{R}) \cap L^2(|x|^{2b}dx)$ . We apply this method for several dispersive equations such as OST equation, Kawahara's equation, Kaup-Kuperschmit equation and the Hirota-Satsuma system. Using these local results, the second part of the talk is devoted to obtain dispersive blow up results for the Kawahara's equation and Hirota-Satsuma system.

*Martes 11:45-12:05.***BIFURCACIÓN DE HOPF APLICADA A UN MODELO LOGÍSTICO DE LOTKA-VOLTERRA CON RESPUESTA FUNCIONAL DE HOLLING TIPO II**DANNY ESTEFANY PAZ VIDAL  
UNIVERSIDAD DEL CAUCAJOAN ESTEBAN SALAZAR GORDILLO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Mostrar las condiciones en los parámetros para que el modelo de Lotka-Volterra con respuesta funcional de Holling tipo II esté sujeto a una bifurcación de Hopf, y demostrar e indicar la existencia de ciclos límites en el sistema. Dicho sistema es:

$$\begin{cases} \dot{x} = F_1(x, y) = x\left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{cxy}{1+x} \\ \dot{y} = F_2(x, y) = -\delta y + \frac{cxy}{1+x} \end{cases}$$

donde  $\delta, c, k$  son parámetros positivos.

$k$  : Es la capacidad de carga del ecosistema.

$\delta$  : Tasa de muerte del depredador.

$c$  : Fuerza del efecto relativo de la interacción de las dos especies.

$\frac{x}{1+x}$  : Representa la respuesta funcional del depredador a la densidad de presas.

*Martes 11:45-12:05.***ON THE EXISTENCE OF GLOBAL SOLUTIONS FOR THE FRACTIONAL KELLER-SEGEL SYSTEM IN BESOV SPACES**JHEAN ELEISON PÉREZ LÓPEZ  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDERDIEGO ARMANDO RUEDA GÓMEZ  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDERELDER JESUS VILLAMIZAR ROA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

The Keller-Segel system is one of the most important models for describing the chemotactic aggregation. In this talk, we consider the totally fractional Keller-Segel system (in time and space variables) with the time derivative assumed in the Caputo sense. We discuss the existence and asymptotic stability of global

solutions in the setting of homogeneous Besov spaces.

*Martes 3:15-3:35.*

**ON A BI-STABILITY REGIME AND THE EXISTENCE OF ODD  
SUBHARMONICS IN A COMB-DRIVE MEMS MODEL WITH  
CUBIC STIFFNESS**

DANIEL E. NUÑEZ LÓPEZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

LARRY MURCIA TERRANOVA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

In this work we first introduce a novel result about the existence of a family of odd subharmonics with prescribed nodal properties for a general nonlinear oscillator with bounded domain and symmetries. Then we show by using our general result that under certain conditions over the control parameters, there exists a family of odd subharmonics with prescribed nodal properties for the Comb-drive finger MEMS model with a cubic nonlinear stiffness. Moreover, we prove analytically that the odd positive subharmonic of order two is linearly stable whenever the  $AC$  load of the input voltage is small enough. Thus we obtain a bi-stability regime for this model because the trivial solution  $x \equiv 0$  is also linearly stable. The general existence result is obtained through a generalization of a novel variation principle due to R. Ortega, and the stability conclusions follow from a perturbation approach for the linear stability of a nontrivial periodic solution that emanates from the autonomous problem, and the well-known Zukovskii criterion.

*Martes 3:15-3:35.*

**CONTROLABILIDAD EXACTA PARA EL PROBLEMA DE  
ONDAS POR GRAVEDAD EN UN DOMINIO ACOTADO**

JUAN CARLOS LÓPEZ RÍOS  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

We present the problem of controlling the free surface for a two dimensional solid container in the context of the gravity waves and the sloshing problem. By using conformal maps and the Dirichlet-Neumann operator, the problem is formulated as a second order evolutionary equation on the free surface involving a self-adjoint operator. We present then the appropriate Sobolev spaces where having solutions for the system and study the exact controllability through an observability inequality for the adjoint problem. *Martes 3:40-4:00.*

**SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES  
PARCIALES CON INTELIGENCIA ARTIFICIAL**

CHRISTIAN FERNANDO DELGADO PEREZ  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

LEONARDO FABIO CHACON CORTES  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

En la primera parte de esta charla expondremos los conceptos fundamentales de las redes neuronales físicamente informadas (PINNs por sus siglas en inglés),

la cuales son usadas para hallar la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales. Las PINNs son de interés debido a su simplicidad, versatilidad y al hecho de no requerir datos más allá de la formulación del problema de valor en la frontera. De esta manera, forman parte de un nuevo campo de investigación *aprendizaje automático científico*, que es todo un boom.

En la segunda parte, presentamos las soluciones numéricas de tres problemas de valor en la frontera asociados a: la ecuación del calor, la ecuación de Burgers y algunas ecuaciones de reacción-difusión; estas soluciones las encontramos, para efectos de comparación, mediante dos métodos:

- Las redes neuronales físicamente informadas.
- El algoritmo clásico de diferencias finitas.

Finalmente, presentamos las ventajas y desventajas de la PINNs respecto al método de diferencias finitas.

*Martes 3:40-4:00.*

### **SIMULTANEOUS AND NON-SIMULTANEOUS BLOW-UP FOR A DISCRETE MODEL OF A NON-LOCAL DIFFUSION SYSTEM**

MAURICIO BOGOYA LÓPEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

We study the following discrete model of nonlocal diffusion coupled system

$$\begin{aligned}u'_i(t) &= \sum_{j=-N}^N hJ(x_i - x_j)(u_j(t) - u_i(t)) + u_i^p(t)v_i^q(t) \\v'_i(t) &= \sum_{j=-N}^N hJ(x_i - x_j)(v_j(t) - v_i(t)) + u_i^r(t)v_i^s(t) \\u_i(0) &= u_0(x_i), \quad v_i(0) = v_0(x_i).\end{aligned}$$

with  $p, q, r, s > 0$ . We analyze the conditions on the exponents  $p, q, r, s > 0$  for the existence of simultaneous blow-up and non-simultaneous blow-up of solutions and the blow-up rate are analyzed. Finally, we show some numerical experiments which illustrate the obtained results.

*Martes 4:05-4:25.*

### **EXISTENCE THEORY FOR A NONLINEAR THERMOELASTIC PLATE EQUATION**

CARLOS BANQUET BRANGO  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

MARIO DORIA  
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

ELDER VILLAMIZAR ROA  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

In this talk we analyse the following model for Kirchhoff type thermoelastic plates equations modelling the evolution of a vertical displacement of a plate under the effect of a temperature described by the Fourier's law

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_{tt} - \mu \Delta u_{tt} + \alpha \Delta^2 u + \beta \Delta \theta = \delta \Delta (|u|^\gamma |\theta|^\rho), & x \in \mathbb{R}^n, t > 0, \\ \theta_t - \kappa \Delta \theta - \nu \Delta u_t = 0, & x \in \mathbb{R}^n, t > 0, \\ u(x, 0) = u_0(x), u_t(x, 0) = \Delta u_1(x), & x \in \mathbb{R}^n, \\ \theta(x, 0) = \Delta \theta_1(x), & x \in \mathbb{R}^n, \end{array} \right.$$

where the unknowns are  $u, \theta : \mathbb{R}^n \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $n \geq 1$ , representing the displacement and the temperature. We develop a theoretical analysis of the corresponding linear system in order to derive time decay estimates in  $L^\infty(\mathbb{R}^n)$  and  $H^s(\mathbb{R}^n)$ . Then, using that set of decay estimates and controlling the non-linearity, we prove the existence and uniqueness of local solutions with initial data  $(u(0), u_t(0), \theta(0)) = (u_0, \Delta u_1, \Delta \theta_1)$ , with  $u_0 \in H^s$ , and  $u_1, \theta_1 \in H^{s+1}$ , for  $s > \frac{n}{2} + 1$ .

*Miércoles 10:30-10:50.*

**GENERAL MATHEMATICAL MODEL WITH NONLINEAR  
INCIDENCE RATE: GLOBAL ANALYSIS**

MILLER CERÓN GÓMEZ  
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

En esta propuesta generalizamos un modelo *SEI*, considerando varios estados de la enfermedad de la forma  $SEI_1 \dots I_n$ , inmigración en todas las poblaciones, y tasas de incidencia no lineales y tasas de mortalidad como funciones generales. Mostramos que bajo ciertas condiciones el sistema de ecuaciones tiene un punto de equilibrio endémico el cual globalmente asintóticamente estable.

*Miércoles 10:30-10:50.*

**SOLUCIÓN RADIAL POSITIVA PARA UN PROBLEMA  
CUASILINEAL SEMIPOSITON**

SIGIFREDO HERRÓN OSORIO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

EMER LOPERA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

DIANA SÁNCHEZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla socializamos resultados de existencia de soluciones radiales positivas para un problema cuasilineal que involucra el operador diferencial  $\phi$ -Laplaciano y la no linealidad es de tipo Semipositon. La técnica usada es propia de cierta clase de ecuaciones diferenciales ordinarias llamada shooting (técnica del disparo). Además, la no linealidad satisface condiciones adecuadas que se especificarán en la charla. Concretamente, consideramos problemas de la forma

$$\left\{ \begin{array}{ll} -\Delta_\phi(u) = \lambda f(u), & x \in B_1(0), \\ u(x) = 0, & x \in \partial B_1(0), \end{array} \right. \quad (5.2)$$

donde  $\Delta_\phi$  denota el operador  $\phi$ -Laplaciano, el cual es definido por

$$\Delta_\phi = \operatorname{div} (\phi(|\nabla u|) \nabla u),$$

$\lambda > 0$  es un parámetro,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función no lineal y  $B_1(0) \subset \mathbb{R}^N$  es la bola unitaria con  $N > 2$ . Finalmente,  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  es una función par, continua, diferenciable fuera del origen y es creciente en  $(0, \infty)$ .

*Miércoles 10:55-11:15.*

## DIMENSIÓN MÉTRICA MEDIA: PROPIEDADES TOPOLÓGICAS, APLICACIONES Y ALGUNAS CONJETURAS

JEOVANNY DE JESUS MIENTES ACEVEDO  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR

A finales de los 90, M. Gromov introdujo la noción de dimensión topológica media para funciones continuas en espacios topológicos compactos, el cual es un invariante por conjugaciones topológicas entre funciones continuas y refina la noción de entropía topológica para el caso en el que esta última sea infinita. Sin embargo, la dimensión topológica media es difícil de calcular.

En el 2000, E. Lindenstrauss y B. Weiss introdujeron la noción de dimensión métrica media para funciones continuas en espacios métricos compactos, la cual es una cota superior para la dimensión topológica media. Durante los últimos años, la dimensión métrica media ha sido ampliamente estudiada, como podemos apreciar en la literatura.

En esta ponencia, además de presentar ejemplos y aplicaciones de la dimensión métrica media, abordaremos los siguientes resultados:

Si  $\phi : N \rightarrow N$  es una función continua en una variedad riemanniana compacta  $N$ , de dimensión  $n$ , con métrica  $d$ , la dimensión métrica media inferior y superior de  $\phi$  son denotadas respectivamente por  $\underline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi)$  y  $\overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi)$ . Para cualquier  $a \in [0, n]$ , sean:

$$\begin{aligned} C_a(N) &= \{\phi \in C^0(N) : \overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = \underline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = a\} \\ H_a(N) &= \{\phi \in \text{Hom}(N) : \overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = \underline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = a\} \\ \overline{C}_n(N) &= \{\phi \in C^0(N) : \overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = n\} \\ \overline{H}_n(N) &= \{\phi \in \text{Hom}(N) : \overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) = n\}. \end{aligned}$$

Para cualquier función continua  $\phi : N \rightarrow N$  siempre se tiene que:

$$0 \leq \underline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) \leq \overline{\text{mdim}}_{\text{M}}(N, d, \phi) \leq n.$$

**Teorema:** Se tiene que:

- Para cada  $a \in [0, 1]$ ,  $C_a([0, 1])$  es denso en  $C^0([0, 1])$ .
- Para cada  $a \in [0, n]$ ,  $C_a(N)$  es denso en  $C^0(N)$ .
- Para cada  $a \in [0, n]$ ,  $H_a(N)$  es denso en  $\text{Hom}(N)$ .
- $\overline{C}_n(N)$  es residual en  $C^0(N)$ .
- $\overline{H}_n(N)$  es residual en  $\text{Hom}(N)$ .

Por otro lado, estudiando la existencia de funciones  $\alpha$ -Hölder continuas con dimensión métrica media positiva, se derivaron las siguientes conjeturas, las cuales serán abordadas más explícitamente durante la ponencia y que, de ser ciertas, presentan relaciones sorprendentes entre el exponente de Hölder y la dimensión métrica media :

**Conjetura A:** Si  $\phi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es una función  $\alpha$ -Hölder continua, entonces:

$$\text{mdim}_M([0, 1], |\cdot|, \phi) \leq 1 - \alpha.$$

**Conjetura B:** No hay ninguna función  $\alpha$ -Hölder  $\phi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , con  $\alpha > 0$  y

$$\text{mdim}_M([0, 1], |\cdot|, \phi) = 1.$$

**Conjetura C:** Si  $\phi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es una función  $\alpha$ -Hölder para cualquier  $\alpha \in (0, 1)$ , entonces

$$\text{mdim}_M([0, 1], |\cdot|, \phi) = 0.$$

*Miércoles 10:55-11:15.*

### EL PROFESOR JOSE FRANCISCO CAICEDO Y LA ECUACIÓN DE ONDA

ALFONSO CASTRO  
HARVEY MUDD COLLEGE

Se presentarán los principales aportes del Profesor Jose Francisco Caicedo a la teoría de ecuaciones de onda con no linealidad no monótona. La teoría desarrollada por el profesor Caicedo desde su tesis doctoral atiende a la necesidad de hallar soluciones a problemas no lineales donde no son aplicables métodos de compacidad como el teorema del punto fijo de Schauder ni de contracción o monotonía. El profesor Caicedo nos enseñó como usar las características del operador de onda para suplir estas poderosas técnicas.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### MODELANDO PROPIEDADES FISIOLÓGICAS DE PLÁSMIDOS CONJUGATIVOS EN LA RESISTENCIA ANTIBIÓTICA

EDUARDO IBARGÜEN MONDRAGON  
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

La resistencia antibiótica está entre los 10 principales problemas de salud pública que más afectan a la humanidad. Más aún, la Organización Mundial de la Salud ha puesto de manifiesto que bajo las condiciones actuales estaríamos cerca de alcanzar la era post-antibiótica, en la cual un individuo que padece una infección común podría morir por falta de medicamentos eficaces. En particular, la resistencia mediada por plásmidos ha aumentado considerablemente en las últimas décadas. Un gran obstáculo para superar esta amenaza global es la falta de conocimiento sobre la biología de los plásmidos y el papel que juega dentro

de la resistencia antibiótica. En este sentido, se han unido esfuerzos desde diferentes áreas del conocimiento para aportar a la solución de este problema. En este trabajo se estudia la dinámica de interacción entre cepas de bacterias donantes y receptoras de plásmidos conjugativos portadores de genes de resistencia por medios de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con el propósito de analizar propiedades fisiológicas (replicación, transferencia, autorregulación, costo biológico, estabilidad estructural, entre otros) de los plásmidos. Los resultados obtenidos son acordes con el fenómeno biológico estudiado, y sugieren escenarios tales como: una razón de cambio positiva de la tasa de replicación con respecto a la población de bacterias portadoras está asociada con el proceso de autorregulación del crecimiento bacteriano para controlar la transferencia de plásmidos conjugativos de resistencia.

*Miércoles 11:20-11:40.*

### **PROPIEDADES DEL SOPORTE DE SOLUCIONES DE UNA CLASE DE ECUACIONES DE EVOLUCIÓN NO LINEALES**

EDDYE BUSTAMANTE  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

JOSÉ JIMÉNEZ URREA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En esta charla consideraremos ecuaciones de la forma:

$$\partial_t u + P(\partial_x)u + G(u, \partial_x u, \dots, \partial_x^l u) = 0,$$

donde  $P$  es cualquier polinomio sin término constante, y  $G$  es cualquier polinomio sin términos constante ni lineal. Probamos que si  $u$  es una solución suficientemente suave de la ecuación, tal que los soportes de  $u(0)$  y  $u(T)$  están contenidos en el intervalo  $(-\infty, B]$  para algún  $B > 0$ , entonces existe  $R_0 > 0$  tal que el soporte de  $u(t)$  está contenido en el intervalo  $(-\infty, R_0]$  para todo  $t \in [0, T]$ . Además, como ejemplo de aplicación de este resultado, probamos un principio de continuación única para la ecuación de Kawahara:

$$\partial_t u + \partial_x^5 u + \partial_x^3 u + u \partial_x u = 0,$$

y para la jerarquía de la ecuación de Korteweg-de Vries generalizada:

$$\partial_t u + (-1)^{k+1} \partial_x^{2k+1} u + G(u, \partial_x u, \dots, \partial_x^{2k} u) = 0.$$

*Miércoles 11:45-12:05.*

### **POINTED GROMOV-HAUSDORFF TOPOLOGICAL STABILITY FOR NON-COMPACT METRIC SPACES**

HENRY MAURICIO SANCHEZ SANABRIA  
UNIVERSIDAD CENTRAL

LUIS EDUARDO OSORIO ACEVEDO  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

We combine the pointed Gromov-Hausdorff metric with the locally  $C^0$ -distance to obtain the pointed  $C^0$ -Gromov-Hausdorff distance between maps of possibly different non-compact pointed metric spaces. The latter is combined with



Walters's locally topological stability proposed by Lee-Nguyen-Yang, and  $GH$ -stability from Arbieto-Morales to obtain the notion of topologically  $GH$ -stable pointed homeomorphism. We give one example to show the difference between the distance when taking different base points in a pointed metric space.

*Miércoles 11:45-12:05.*

**UN RESULTADO DE BUEN PLANTEAMIENTO PARA UN SISTEMA DE ECUACIONES TIPO BOUSSINESQ**

RICARDO CÓRDOBA GÓMEZ

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

ALEX MANUEL MONTES

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

En este trabajo estudiamos la controlabilidad exacta para el siguiente sistema uno-dimensional tipo Boussinesq,

$$\begin{cases} (I - a\partial_x^2) \eta_t + \partial_x^2 \Phi - b\partial_x^4 \Phi + \partial_x(\eta\partial_x \Phi) = 0, \\ (I - c\partial_x^2) \Phi_t + \eta - d\partial_x^2 \eta + \frac{1}{2} (\partial_x \Phi)^2 = 0, \end{cases}$$

el cual fue derivado en [2], como un modelo que describe la evolución de ondas de agua de gran elongación y pequeña amplitud en presencia de tensión superficial en términos de la velocidad potencial  $\Phi = \Phi(x, t)$  y la elevación superficial  $\eta = \eta(x, t)$ , donde los parámetros  $a, b, c, d > 0$  son tales que

$$a + c - (b + d) = \frac{1}{3} - \sigma,$$

con  $\sigma^{-1}$  asociado con la tensión superficial.

Siguiendo el mismo enfoque utilizado en el caso de la ecuación KdV [3] y la ecuación Boussinesq (ver [4]), demostramos que para  $T > 0$  y estados inicial y final

$$(\eta_0, \Phi_0), (\eta_T, \Phi_T) \in H^s(\mathbb{T}) \times \mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T}), \quad s \geq 0,$$

existe una función de control

$$F(x, t) = (f_1(x, t), f_2(x, t))$$

tal que el problema de Cauchy asociado con el sistema

$$\begin{cases} (I - a\partial_x^2) \eta_t + \partial_x^2 \Phi - b\partial_x^4 \Phi + \partial_x(\eta\partial_x \Phi) = f_1, \\ (I - c\partial_x^2) \Phi_t + \eta - d\partial_x^2 \eta + \frac{1}{2} (\partial_x \Phi)^2 = f_2, \end{cases}$$

con la condición inicial

$$\eta(x, 0) = \eta_0(x), \quad \Phi_0(x, 0) = \Phi_0(x), \quad x \in \mathbb{T} = \mathbb{R}/(2\pi\mathbb{Z}),$$

tiene una solución  $(\eta, \Phi) \in C([0, T], H^s(\mathbb{T}) \times \mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T}))$  que satisface la condición final

$$\eta(x, T) = \eta_T(x), \quad \Phi(x, T) = \Phi_T(x), \quad x \in \mathbb{T},$$

donde el espacio de Sobolev de tipo periódico  $H^s(\mathbb{T})$ ,  $s \in \mathbb{R}$ , está definido por

$$H^s(\mathbb{T}) = \left\{ w = \sum_{k \in \mathbb{Z}} w_k e^{ikx} \quad : \quad \sum_{k \in \mathbb{Z}} (1 + |k|^2)^s |w_k|^2 < +\infty \right\}$$

y el espacio  $\mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})$  está definido por la norma

$$\|w\|_{\mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})} = \left[ \sum_{k \in \mathbb{Z}} (1 + |k|^2)^s |k|^2 |w_k|^2 \right]^{1/2},$$

donde  $w_k = \widehat{w}(k)$  denota el  $k$ -coeficiente de Fourier con respecto a la variable espacial  $x$ . Establecemos que el modelo lineal asociado con el primer sistema es exactamente controlable en el espacio  $H^s(\mathbb{T}) \times \mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})$ ,  $s \geq 0$ , usando el método de momentos y un análisis espectral para el operador diferencial asociado con el sistema en consideración, y para obtener el mismo resultado para el modelo no lineal, usamos un argumento de punto fijo en el espacio de Sobolev  $H^s(\mathbb{T}) \times \mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})$ .

[1] MONTES A; CÓRDOBA R. Well-posedness and Controllability of a Nonlinear System for Surface Waves, submitted.

[2] QUINTERO J; MONTES A. Existence, physical sense and analyticity of solitons for a 2D Boussinesq-Benney-Luke System. *Dynamics of PDE*. 2013; 10: 313-342.

[3] RUSSELL D., ZHANG B. Exact Controllability and Stabilizability of the Korteweg-De Vries Equation. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1996; 348: 3643-3672.

[4] ZHANG B.. Exact controllability of the generalized Boussinesq equation. In *Control and estimation of distributed parameter systems*, Internat. Ser. Numer. Math. 1996; 126: 297-310.

*Jueves 10:30-10:50.*

### **SOBRE UN MODELO DE DIFUSIÓN NO LOCAL CON FLUJO NO LINEAL**

CESAR GÓMEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Los problemas de difusión no local, han sido usados para modelar varios problemas de las ciencias puras y aplicadas, y por lo tanto, su gran relevancia en los últimos años. Una variedad de modelos han sido presentados, y variantes de los mismos para los cuales se ha estudiado matemáticamente los aspectos más relevantes, como son los de existencia y unicidad de soluciones, principios de comparación de las soluciones y análisis de explosión entre otros aspectos importantes. Presentamos una variante de un modelo de difusión no local, para el cual determinamos mediante el Teorema del Punto fijo de Banach la existencia y unicidad de las soluciones, así mismo, veremos se cumple un principio de comparación.

*Jueves 10:30-10:50.*

**UNIQUE CONTINUATION AND TIME DECAY FOR A  
HIGHER-ORDER WATER WAVE MODEL**

MIGUEL DARÍO SOTO VIEIRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

This work is devoted to prove the exponential decay for the energy of solutions of a higher order Korteweg -de Vries (KdV)–Benjamin-Bona-Mahony (BBM) equation on a periodic domain with a localized damping mechanism. Following the method which combines energy estimates, multipliers and compactness arguments, the problem is reduced to prove the Unique Continuation Property (UCP) for weak solutions of the model. Then, this is done by deriving Carleman estimates for a system of coupled elliptic-hyperbolic equations.

*Jueves 10:55-11:15.*

**SOBRE UN PROBLEMA ASOCIADO CON LAS ECUACIONES  
DE STOKES CON DENSIDAD Y VISCOSIDAD VARIABLES**

EDWARD DUVAN GONZALEZ BETANCOURTH  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

El estudio de fluidos con densidad y viscosidad variables es de mucho interés para profesionales en las áreas de la ingeniería, física, biología y matemáticas y aparecen en diversos fenómenos físicos, tales como, el drenaje de un canal con fondo lodoso o el flujo de la sangre en las venas de un paciente con esclerosis, entre otros. En esta charla presentamos el modelo matemático considerado en [1], que consiste de un sistema de ecuaciones diferenciales de tipo Stokes estacionarias con coeficiente de viscosidad y densidad variables, propuesto en un dominio planar acotado y sujeto a condiciones de frontera mixtas, las cuales incluyen el efecto de una fuerza de rozamiento generada en la pared que limita el fluido. Se explicará la obtención de la formulación variacional correspondiente al modelo considerado, la cual con la ayuda del teorema de Lax-Milgram y el teorema de punto fijo de Schauder para operadores compactos, permiten establecer la existencia y unicidad de una solución débil del problema en un espacio funcional apropiado, el segundo objetivo es presentar una simulación numérica del modelo presentado y una generalización al espacio 3D.

[1] BARANOVSKII, E.S.; LENES, E.; MALLEA-ZEPEDA, E.; RODRÍGUEZ, J. Y VÁSQUEZ, L. Control Problem Related to 2D Stokes Equations with Variable Density and Viscosity. *Symmetry* 2021

*Jueves 10:55-11:15.*

**UNA PROPIEDAD DE CONTINUACIÓN ÚNICA PARA UNA  
LINEALIZACIÓN DE LA ECUACIÓN AB-BOUSSINESQ CON  
POTENCIAL ESPACIO DEPENDIENTE**

MANUEL FERNANDO PRADO CEBALLOS  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Vamos a presentar un resultado de continuación única para una linealización de la ecuación ab-Boussinesq con potencial espacio dependiente. Es decir, dado  $F \subset (0, 1)$  y  $\eta, \psi \in C([0, 1]; X)$  solución de la la linealización de la ecuación

aa-Boussinesq tal que  $\eta(t, x) = \psi(t, x) = 0$ , para  $(t, x) \in \mathbb{R} \times F$ , donde  $X = L^2(0, 1)$  ó  $H_0^1(0, 1)$ , entonces  $\eta(x, t) = \psi(x, t) = 0$  para todo  $(t, x) \in \mathbb{R} \times (0, 1)$ . Presentaremos un resultado de continuación única que se da en el caso donde  $\beta_3$  y  $\alpha_3$  es nula,  $\alpha_1 \equiv \beta_1$ ,  $\alpha_2 \equiv \beta_2$  y  $F = (0, a) \cup (b, 1)$ .  
*Jueves 11:20-11:40.*

**PROPIEDADES DE DECAÍDA EN LA VARIABLE ESPACIAL  
 PARA LAS SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN DE SHRIRA EN  
 EL CILINDRO**

RICARDO ARIEL PASTRÁN RAMIREZ  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

OSCAR GUILLERMO RIANO CASTANEDA  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

El propósito de esta charla es mostrar propiedades de decaída de soluciones del siguiente problema de Cauchy asociado a la ecuación de Shrira en  $\mathbb{R} \times \mathbb{T}$ :

$$\begin{cases} \partial_t u - \mathcal{H}_x \partial_x^2 u - \mathcal{H}_x \partial_y^2 u + u \partial_x u = 0, & (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{T}, t \in \mathbb{R}, \\ u(x, 0) = u_0, \end{cases}$$

donde  $\mathcal{H}_x$  denota el operador transformada de Hilbert definido sobre la variable  $x$ , el cual para una función suficientemente regular  $\phi(x, y)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $y \in \mathbb{T}$  se define así:

$$\mathcal{H}_x \phi(x, y) = \frac{1}{\pi} p.v. \int_{\mathbb{R}} \frac{\phi(z, y)}{x - z} dz,$$

o equivalentemente, mediante la transformada de Fourier,

$$\widehat{\mathcal{H}_x \phi}(\xi, \eta) = -i \operatorname{sign}(\xi) \widehat{\phi}(\xi, \eta), \quad \xi \in \mathbb{R}, \eta \in \mathbb{Z}.$$

En la primera a ecuación aparece como un modelo simplificado para describir una perturbación de onda larga bidimensional débilmente no lineal en el fondo de un flujo de corte plano-paralelo del tipo de capa límite. El modelo en la primera a ecuación también se puede ver como una extensión bidimensional de la ecuación de Benjamin-Ono

$$\partial_t u - \mathcal{H}_x \partial_x^2 u + u \partial_x u = 0.$$

Se mostrará el máximo decaimiento polinomial permitido para soluciones del modelo mostrado. Será verificado que la ecuación en el cilindro propaga el decaimiento en la variable espacial de manera diferente a las conocidas en el caso de  $\mathbb{R}^2$ . Por ejemplo, se obtiene una teoría local que contiene el line solitón proporcionado por las soluciones de la ecuación de Benjamin-Ono extendida al cilindro. Los resultados que se presentarán parecen ser uno de los primeros estudios de descomposición polinomial para modelos no locales en el cilindro.

*Jueves 11:20-11:40.*

**UNA NOTA SOBRE REGULARIDAD DE LAS SOLUCIONES DE  
 UN PROBLEMA DE NEUMANN LIGERAMENTE SUBCRÍTICO**

EDGAR ALEJANDRO ANTONIO MARTINEZ  
 UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

ROSA MARIA PARDO SAN GIL  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

JORGE SANCHEZ ORTIZ  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

Consideremos el siguiente problema de Neumann

$$\begin{aligned} -\Delta u + u &= f(x, u), & x \in \omega, \\ \frac{u}{\eta} &= 0, & x \in \partial\Omega; \end{aligned}$$

donde  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ( $N > 2$ ) es un dominio abierto, acotado, con frontera de clase  $C^{2,\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ) y supondremos que la no-linealidad  $f : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función de de Carathéodory *subcrítica*. Mediante una estimación de Brezis-Kato, basada en la técnica de iteración de Moser, y regularidad elíptica, enunciaremos condiciones suficientes para garantizar que cualquier solución débil del problema con una no linealidad subcrítica de Carathéodory es una función continua, y de hecho es una solución fuerte.

*Jueves 11:45-12:05.*

### A GENERALIZED DISPERSIVE SYSTEM WITH DELAY

FERNANDO A. GALLEGO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

In this talk we study the asymptotic behavior of the solution of the time-delayed higher order dispersive systems posed in the real line. Under suitable assumptions on the time delay coefficients we prove that the system under consideration is exponentially stable in two different ways. first, if the coefficient of the delay term is bounded from below by a positive constant, we use the Lyapunov approach to prove that the energy associated to the solution of the higher order dispersive system decays exponentially. After that, we extend this result to the case in which the coefficient of the undelayed feedback is also indefinite. Both problems are investigated when the exponent  $p$  in the nonlinear term ranges over the interval  $[1, 2j)$  where  $2j + 1$  is the order of the dispersive system.

*Jueves 11:45-12:05.*

## 5.10. FÍSICA

### EXPLORANDO EL SISTEMA DE SEIS CUERPOS DE PLUTÓN Y SUS LUNAS

JOHN ARREDONDO  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA KONRAD LORENZ

En esta charla mostraremos algunas simulaciones diseñadas para describir la dinámica del sistema local de Plutón y sus seis lunas, denotado (SLP). Comparamos los resultados obtenidos con los datos del JPL/NASA tomados del sistema HORIZONS. Primero, aproximamos por problema de Kepler (PK) la órbita de cada luna, luego consideramos problemas de 6-cuerpos (6BP) con y sin inclusión de oblates en los cuerpos (OPC(6BP)), así como un problema de 8 cuerpos considerando también al Sol y a Júpiter (OPCJ(8BP)). En este último

modelo cambiamos a un sistema de referencia inercial, eliminando una precesión absidal marcada en todos los modelos previos. Simulamos este último modelo usando una versión simpléctica del integrador Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> orden, y para todos los otros modelos usamos la versión no simpléctica.

*Miércoles 10:30-10:50.*

### **THE LOCAL MASS PROBLEM IN GENERAL RELATIVITY**

LEÓN ESCOBAR DÍAZ  
UNIVERSIDAD DEL VALLE

For a given bounded region in space-time the local mass (or quasi-local mass) is supposed to be some kind of measurement of the “amount of mass enclosed” in some given region of the space-time. However, in the framework of the theory of general relativity, an appropriate definition of such mass remains unclear until today. Many proposals have been put forth in the last decades. Among them, Bartnik’s mass proposal has received special attention from the community during the last years because it is based on a special case of the well-established concept of the ADM-mass. Unfortunately, practical computations of such a mass for concrete situations is rather a convoluted task. In this talk we will introduce a numerical method for approximating the Bartnik’s mass of a two-dimensional hypersurface conformal to the sphere.

*Miércoles 11:00-11:20.*

### **IMPORTANCIA DEL USO DE MÉTODOS COMPUTACIONALES DE ALTO RENDIMIENTO Y PARALELISMO E INTEGRACIÓN CON BIG DATA EN LAS CIENCIAS DE LA TIERRA**

MAURICIO A. BERMUDEZ  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

En este trabajo se presentan algunas de las principales aplicaciones de métodos computacionales de alto rendimiento y paralelismo en las ciencias de la Tierra en Colombia. Diferentes modelos son empleados con la finalidad de predecir edades de levantamiento de cinturones de montañas, procesos de evolución del paisaje, cambios en las velocidades de movimientos de fallas geológicas, entre otras aplicaciones que permitan entender la relación entre clima-relieve-tectónica a lo largo del territorio. Estos modelos son de vital importancia, ya que ayudan a los geocientistas en la interpretación de complicadas bases de datos en diferentes contextos geológicos-climáticos encontrados en Colombia.

*Miércoles 11:30-11:50.*

## **5.11. GEOMETRÍA**

### **UNA PROPIEDAD DE LOS RADIOS DE CURVATURA EN EL TEOREMA DE LOS CUATRO VÉRTICES**

CARLOS ARTURO ESCUDERO SALCEDO  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PERIERA

La indicatriz de la curvatura de una curva  $\alpha$ , convexa, cerrada, regular, simple y parametrizada por la longitud de arco tiene la propiedad que la resultante de los

vectores de curvatura es cero. Dicha propiedad puede utilizarse para demostrar que el radio de curvatura de una curva convexa, cerrada, regular y simple, no puede tener únicamente un máximo y un mínimo.

*Lunes 2:45-3:15.*

### GEOMETRÍA ESPECTRAL DEL OPERADOR $L_1$

HECTOR FABIAN RAMIREZ OSPINA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ

En esta charla estudiaremos las superficies  $L_1$ -2-tipo inmersas en el espacio De Sitter  $\mathbb{S}_1^3$  y en el espacio Anti De Sitter  $\mathbb{H}_1^3$ . Estas superficies están caracterizadas por la siguiente descomposición espectral de su vector posición,

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2, \quad L_1\psi_1 = \lambda_1\psi_1, \quad L_1\psi_2 = \lambda_2\psi_2, \quad \lambda_1 \neq \lambda_2$$

donde  $\psi_0$  es un vector constante en  $\mathbb{R}_1^4$ , y  $\psi_1, \psi_2$  son funciones no constantes diferenciables en  $M^2$ ,  $\mathbb{R}_1^4$ -evaluadas.

Adicionalmente, demostraremos que una superficie  $L_1$ -2-tipo es o bien un abierto de un producto standart pseudo-riemanniano, o un B-scroll sobre una curva nula, ó es de curvatura media no constante, curvatura gaussiana no constante, y curvaturas principales no constantes (véase [1]).

[1] S.C GARCIA; P. LUCAS; H.F. RAMÍREZ-OSPINA.  $L_1$ -2-type surfaces in 3-dimensional De Sitter and anti De Sitter spaces. *Sometido a publicación 24 Diciembre 2022.*

*Lunes 3:20-3:50.*

### UNA BREVE INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE ÍNDICE EN FOLIACIONES

LEONARDO CANO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

En la charla daremos un resumen personal e introductorio del desarrollo de la teoría del índice en foliaciones.

*Martes 10:30-11:00.*

### ESTRUCTURA CONFORME EN UN HOMEOMORFISMO FINAL PERIÓDICO

OSCAR IVAN GIRALDO GALEANO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLIN

JOSE GREGORIO RODRIGUEZ NIETO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLIN

En esta charla mostraremos que las laminaciones invariantes mínimas de un homeomorfismo pseudo-Anosov generalizado irreductible isotópico a un homeomorfismo final periódico inducen una estructura conforme en la superficie singular.

*Martes 11:05-11:35.*

### LUSTERNIK-SCHNIRELMAN AND MORSE THEORY FOR THE VAN DER WAALS-CAHN-HILLIARD EQUATION WITH VOLUME CONSTRAINT

LUIS EDUARDO OSORIO ACEVEDO  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

STEFANO NARDULLI  
UNIVERSIDAD FEDERAL DE ABC

PAOLO PICCIONE  
UNIVERSIDAD DE SAO PAULO

Damos un resultado de multiplicidad para las soluciones de la ecuación de transición de fases de Van der Waals-Cahn-Hilliard con restricción de volumen en una variedad de Riemanniana cerrada. Nuestra prueba emplea algunos resultados de la teoría clásica de Lusternik-Schnirelman y Morse, junto con una técnica llamada el método de fotografía, que nos permite obtener cotas inferiores en el número de soluciones en términos de invariantes topológicos de la variedad subyacente. La configuración del método de fotografía emplea resultados recientes de isoperimetría de Riemanniana para pequeños volúmenes.

*Martes 11:40-12:10.*

#### NONCOMMUTATIVE DIFFERENTIAL GEOMETRY OF QUANTUM PLANES

ANDRÉS ALEJANDRO RUBIANO SUAREZ  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

The way to define differential geometry is given by non-commutative algebras. Thanks to these, the close relationship between geometry and algebra may be more evident. To do this, it is possible to see which is the commutative algebra that classical Riemannian geometry deals with, in order to be able to change it to a non-commutative one.

Inevitably, definitions such as: **functions on a variety, open sets, local coordinates, commutativity between differentials with functions**, among others, do not make sense in the quantum case. Therefore, they are generalized with other types of objects.

The most prominent algebras in quantum Riemannian geometry are Hopf algebras. With them, we can arrive at generalizations of the curvature in a surface, connections in classical Riemannian geometry (for example, the most important is the Levi-Civita connection), among others.

Summarizing, in order to form a generalization of classical Riemannian geometry, tools of non-commutative algebra, algebraic geometry, category theory, differential geometry, among others, must be used. It is a subject with a lot of mathematical richness.

*Miércoles 10:30-11:00.*

#### ISOESPECTRALIDAD EN ESPACIOS SIMÉTRICOS

JUAN SEBASTIÁN RODRÍGUEZ CARREÑO  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

EMILIO LAURET  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

En esta charla estudiamos las variedades subyacentes a los espacios simétricos



$SO(2n+2)/U(n+1)$  y  $SU(2n+2)/Sp(n+1)$ . En cada una de estas variedades consideramos una familia de métricas homogéneas distinguidas. Utilizando técnicas de teoría de Lie describimos el espectro de cada una de estas familias y probamos resultados de unicidad espectral. Este es un trabajo en progreso conjunto con Emilio Lauret, PhD (Universidad Nacional del Sur, Argentina).  
*Miércoles 11:05-11:35.*

### GEOMETRÍA Z-GRADUADA Y ALGEBROIDES

CAMILO RENGIFO  
 UNIVERSIDAD DE LA SABANA

El objetivo de esta charla será describir el functor de transgresión impar para algebroides de Courant y su aplicación para construir la imagen inversa de algebroides bajo aplicaciones entre variedades diferenciales.  
*Miércoles 11:40-12:10.*

### EXISTENCE AND UNIQUENESS OF DEFORMATION IN FREE BOUNDARY CMC HYPERSURFACES

CARLOS WILSON RODRIGUEZ CARDENAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Given a free boundary CMC immersion  $\in C^{j+1,\alpha}(\Sigma, M)$ , we prove, using properties of eigenvalues and eigenfunctions of the Jacobi operator  $J$ , that if  $\text{Dim}(\text{Ker}(J)) = 0$ , or if  $\text{Dim}(\text{Ker}(J)) = 1$  and, for  $f \in \text{Ker}(J)$ ,  $f \neq 0$ ,  $\int_{\Sigma} f \text{vol}_{*(g)} \neq 0$ , has a free boundary CMC deformation and this is unique up to diffeomorphism.  
*Jueves 10:30-11:00.*

### GEOMETRÍA DE SUPERFICIES EN EL HAZ DE MARCOS ORTONORMALES CON LA MÉTRICA DE LEVANTAMIENTO DE WAGNER

MIKHAIL MALAKHALTSEV  
 UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

En la charla vamos a exponer los resultados del artículo [1] y algunos resultados más recientes sobre este tema.

Sea  $(M, g)$  una variedad bidimensional de Riemann. Sean  $\pi : SO(M, g) \rightarrow M$  el haz de marcos ortonormales sobre  $M$  y  $G$  el levantamiento de Wagner de la métrica  $g$  a  $SO(M, g)$  [2]. Una superficie  $\Sigma \subset SO(M, g)$  se llama horizontal si  $\Sigma = s(M)$  donde  $s : M \rightarrow SO(M)$  es una sección del haz  $\pi$ , y  $\Sigma$  se llama vertical si  $\Sigma = \pi^{-1}(\gamma)$  donde  $\gamma$  es una curva regular en  $M$ . Para las superficies horizontales y verticales calculamos sus formas fundamentales y sus curvaturas, encontramos condiciones para que superficies de estos tipos tengan curvatura media constante. Luego exhibimos ejemplos de superficies minimales en  $(SO(M, g), G)$ .

[1] E. S. BECERRA ROJAS, M. MALAKHALTSEV, A. H. TREJOS SERNA Surfaces of Orthonormal Frame Bundle with Wagner Lift Metric. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. Vol. 43 (2022), No. 4, 785–798.

[2] J. R. ARTEAGA B., M. MALAKHALTSEV, AND A. H. TREJOS S. Isometry group and geodesics of the Wagner lift of a Riemannian metric on two-dimensional manifold. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. **33(4)** (2012), 293–311.

*Jueves 11:05-11:35.*

### GEOMETRÍAS ASOCIADAS A SISTEMAS DE CONTROL

NICOLÁS MARTÍNEZ ALBA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Varios problemas aplicados en ingeniería se pueden modelar por medio de sistemas de control que, matemáticamente definidos, son un sistema de ecuaciones diferenciales de las cuales se tiene teoría de solución y existencia. Desde finales del siglo pasado, el creciente desarrollo de la geometría diferencial ha incursionado en aplicaciones y temas de matemática aplicada, lo cual se va a ejemplificar en esta charla mostrando que tipos de geometrías se pueden proponer para el estudio de algunos sistemas de control y así poder disponer de más herramientas técnicas y teóricas que puedan ser exploradas en diversos problemas.

*Jueves 11:40-12:10.*

## 5.12. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

### UN MODELO DINÁMICO DE GENERACIÓN DE REDES ALEATORIAS

JUAN ALEGRIA  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

DIEGO RUIZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Los sistemas escalables, como lo son las comunicaciones o sistemas como los naturales y sociales, muestran gran cantidad de interacciones que hace complejo su análisis a través de métodos tradicionales. Una forma de encarar este tipo de fenómenos es mediante la ciencia de redes, la cual permite afrontar esta complejidad mediante el desarrollo de modelos dinámicos de generación de redes aleatorias. La representación de un fenómeno del mundo real mediante una red aleatoria se hace a través del diseño de un modelo dinámico de generación de redes, con lo que es posible caracterizar propiedades estructurales que conduzcan a predecir algunos comportamientos del fenómeno a medida que la red crezca con el tiempo. En este trabajo se presenta un modelo de generación de redes dinámicas aleatorias que extiende el modelo conocido de Erdos-Renyi. La evolución del modelo se basa en la adición de nuevos nodos y de nuevas aristas de acuerdo a un proceso estocástico. En particular, basados en una cadena de Markov, caracterizamos (i) La función de distribución de probabilidad, (ii) la función de distribución acumulada, estas dos funciones asociadas a los grados de los nodos para redes suficientemente grandes y (iii) las dinámicas de probabilidad de que un nodo presente en la red tenga un grado mayor o igual que  $k$ , para  $k > 0$ . Estos resultados los contrastamos con simulaciones computacionales, con el fin de evaluar nuestras predicciones a través de desviaciones del valor

esperado de la función de probabilidad establecida.

*Martes 10:30-10:50.*

**UN MODELO ESTOCÁSTICO PARA LA TEMPERATURA Y  
SU IMPACTO EN EL MERCADO ELÉCTRICO**

ISABEL CRISTINA GARCIA ARBOLEDA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

PRABAKARAN S  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

JOSE U. MORA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA CALI

El uso de electricidad varía con el clima debido a que los cambios de temperatura y humedad afectan la demanda de la misma. En general, un sector como el residencial, presenta varianza estacional con picos significativos, lo cual hace que la demanda de electricidad esté sujeta a fluctuaciones estacionales, a lo largo de la semana y el día, y también puede verse influenciada por eventos irregulares. La demanda de energía fluctúa significativamente en el mercado de la electricidad, lo que resulta en costos auxiliares significativos para los proveedores. En esta charla presentamos un modelo estocástico de temperatura para la fijación de precios de las opciones y determinamos su impacto en los mercados de la electricidad. Iniciaremos presentando brevemente el modelo y extenderemos este al mercado de derivados. A través de un ejemplo numérico, veremos que los valores de precios de opciones predichos pueden diferir dependiendo de cómo se pronostica la temperatura.

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0313592620304124>

*Martes 10:55-11:15.*

**MISSING VALUE IMPUTATION IN MATRICIAL DATA USING  
ROBUST LOW-RANK APPROXIMATION**

CAMILO RENGIFO  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA

SERGIO ARCINIEGAS ALARCÓN  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA

MARISOL GARCÍA PEÑA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

We describe imputation strategies resistant to outliers, through modifications of the simple imputation method proposed by Krzanowski and assess their performance. The strategies use a robust singular value decomposition, do not depend on distributional or structural assumptions and have no restrictions as to the pattern or missing data mechanisms. They are tested through the simulation of contamination and unbalance, both in artificially generated matrices and in a matrix of real data from an experiment with genotype-by-environment interaction. Their performance is assessed by means of prediction errors, the squared cosine between matrices, and a quality coefficient of fit between imputations and true values. For small matrices, the best results are obtained by applying robust decomposition directly, while for larger matrices the highest quality is

obtained by eliminating the singular values of the imputation equation.  
*Martes 11:20-11:40.*

### **PROPUESTA DE MODELO DE GESTIÓN PARA EL ABSENTISMO UNIVERSITARIO**

CARLOS ANDRES CHAPARRO ARIAS  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

En esta investigación se acoge la definición del absentismo universitario como la acción consciente y premeditada de ausentarse del medio físico de la clase universitaria. A partir de las cifras de la Tasa de Ausencia Intersemestral (TAI) podemos afirmar que el fenómeno del absentismo en la actualidad es de gran importancia debido a que ha venido incrementándose anualmente logrando ser uno de los problemas universitarios que afecta la vida profesional, personal y académica del estudiante que puede llevar a una consecuencia grave como la deserción. Se propone un modelo de medición para este fenómeno usando el Modelo European Foundation for Quality Management (EFQM). Para el Consejo Nacional de Acreditación (CNA), mediante el Acuerdo 02 de 2020, destaca como una parte fundamental la permanencia y graduación teniendo como referencia políticas institucionales y del orden nacional, brindando acompañamiento de forma semestral. Donde se realiza una caracterización de los estudiantes al momento de ingresar con el fin de hacer un seguimiento de su proceso formativo. El MEN a partir de la Resolución 021795 de 2020 plantea la descripción de los modelos pedagógicos que conduzcan a los resultados de aprendizaje, dando un valor añadido a su parte fundamental los estudiantes y profesores con un liderazgo integral ejecutando por medio de alianzas estratégicas el fortalecimiento de la permanencia y graduación. A partir del modelo de medición propuesto se contribuye a alcanzar uno de los objetivos del Acuerdo 014 de 2021 de la UPTC política permanencia y graduación, establecer los fundamentos para generar un modelo de gestión de la permanencia y graduación Upetecista que responda a la naturaleza multicausal y dinámica de la deserción, logrando de este modo el fortalecimiento de aspectos académicos, personales y humanos de los estudiantes.

*Miércoles 10:30-10:50.*

### **CONDICIONES SOCIOECONÓMICAS, USO DEL SUELO Y MOVILIDAD ASOCIADA CON LA VIOLENCIA INTERPERSONAL: UN ESTUDIO DE CASO PARA LA CIUDAD DE MEDELLÍN**

VALERY JIMENEZ URREA  
UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO - INSTITUTO NACIONAL DE SALUD

DIANA PATRICIA DÍAZ JIMÉNEZ  
INSTITUTO NACIONAL DE SALUD

CARLOS ANDRÉS CASTAÑEDA ORJUELA  
INSTITUTO NACIONAL DE SALUD

La tasa de homicidios a nivel mundial se ha incrementado notoriamente, especialmente en países de Latinoamérica, configurándose en uno de los continentes más violentos. Medellín es una de las ciudades más grandes y peligrosas en

Colombia, si evaluamos su tasa de mortalidad por homicidio, con condiciones socioeconómicas, de uso del suelo y movilidad que podrían explicar el comportamiento de la violencia interpersonal en dicha ciudad. El objetivo de este estudio es analizar los factores y tendencias de la mortalidad por violencia homicida haciendo uso del análisis espacial del indicador en la ciudad de Medellín, Colombia, entre 2019 y 2021, con cinco variables que podrían explicar las condiciones principales de dicho fenómeno. Se incluye un análisis temporal del comportamiento de los homicidios a futuro. Para ello, se realiza un modelo GWR de Poisson, donde se producen un conjunto de estimaciones de parámetro mapeables y los valores de significancia estadística que varían en el espacio. Un modelo mixto con parámetros fijos y variables en el espacio pueden proporcionar el modelo más preciso que describe el comportamiento de los homicidios en la ciudad de Medellín. El presente estudio demuestra la utilidad del GWRP para explorar los procesos locales que impulsan los niveles de delincuencia y para examinar los errores de especificación de un modelo global de violencia interpersonal.

*Miércoles 10:55-11:15.*

### **MODELO DE MACHINE LEARNING PARA LA ESTIMACIÓN DEL VALOR COMERCIAL DE UN INMUEBLE EN LA CIUDAD DE NEIVA**

FRANCISCO JAVIER IMBACHI RIVAS  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

ANDERSON ARLEY RAMIREZ CHARRY  
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

El objetivo principal de este trabajo de grado es ajustar un modelo de machine learning para así determinar el valor comercial de los inmuebles, a partir de su ubicación geográfica en Neiva y características principales tales como: tipo de inmueble, área, estrato, piso, habitaciones, parqueaderos, baños, antigüedad, etc. Dicha información es obtenida y analizada por medio de la técnica de Web Scraping, a partir de datos del mercado y ofertas de inmuebles similares, que se encuentran en las diferentes plataformas de ventas de inmuebles en Neiva.

Por tal motivo, en este proyecto se implementó las técnicas de Machine Learning (Random Forest, XGBoost y Redes Neuronales) con el cual se puede determinar el valor de los inmuebles en la ciudad de Neiva. De esta manera, se concluyó que el mejor modelo para la predicción del valor comercial de un inmueble en la ciudad de Neiva es el de random forest, al presentar valores óptimos en las métricas de desempeño.

*Miércoles 11:20-11:40.*

## **5.13. TOPOLOGÍA**

### **A MODEL OF GEOMETRIC EQUIVARIANT K-HOMOLOGY USING PUSHFORWARDS**

CRISTIAN DAVID SARMIENTO SANTIAGO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

In this talk, we will discuss about equivariant  $K$ -theory and  $K$ -homology such

as analytic and geometrically. We present a way to define the geometric  $\Gamma$ -equivariant  $K$ -homology of a  $\Gamma$ -proper space using a pushforward relation and with this one, we approach the assemble isomorphism between these  $K$ -homologies on  $CW$ -complexes.

*Lunes 2:45-3:05.*

### SUPERFICIES CERRADAS CUÁNTICAS DESDE LA EXTENSIÓN DE TOEPLITZ

ARLEY YESSIT SIERRA ACOSTA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ELMAR WAGNER  
UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

Consideremos el espacio de funciones en  $\mathbb{D}^2$  (el disco abierto unitario en  $\mathbb{C}$ ) con valores complejos y cuadrado integrables, denotado por  $L_2(\mathbb{D}^2)$ . Y sea  $A_2(\mathbb{D}^2)$  el subespacio de  $L_2(\mathbb{D}^2)$  de las funciones holomorfas en  $\mathbb{D}^2$ , es claro que  $A_2(\mathbb{D}^2)$  es cerrado en  $L_2(\mathbb{D}^2)$ . Así, podemos considerar la proyección ortogonal  $B_D : L_2(\mathbb{D}^2) \rightarrow A_2(\mathbb{D}^2)$  y entonces, dado  $f \in C(\overline{\mathbb{D}^2})$ , definimos el operador de Toeplitz  $T_f : A_2(\mathbb{D}^2) \rightarrow A_2(\mathbb{D}^2)$  con símbolo  $f$  por  $T_f(\varphi) = B_D(f\varphi)$  para todo  $\varphi \in A_2(\mathbb{D}^2)$ . En virtud de esto, el álgebra de Toeplitz es la  $C^*$ -subálgebra de  $B(L_2(\mathbb{D}^2))$  dada por  $\mathcal{T} := C^*\text{-gen}\{T_f : f \in C(\overline{\mathbb{D}^2})\}$ . Además, si  $\ell_2(\mathbb{N})$  es el espacio de Hilbert de las sucesiones cuadrado sumables (consideramos al cero un número natural) y  $\{e_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  es su base ortonormal canónica se cumple que  $\mathcal{T} = C^*\text{-gen}\{S, S^*, 1\} \subset B(\ell_2(\mathbb{N}))$  donde  $S$  es el operador shift-unilateral derecho, esto es,  $S(e_n) = e_{n+1}$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

Esta  $C^*$ -álgebra es el eje central de la charla, puesto que definiré las superficies cerradas cuánticas de cualquier género como subálgebras del álgebra de Toeplitz (se puede probar que esta  $C^*$ -álgebra es isomorfa al álgebra de funciones continuas en el disco cuántico), para esto imitaré la construcción clásica de identificar arcos en la frontera del disco. Además de calcular y comparar la Teoría  $K$  de este nuevo tipo de espacios no-conmutativos con su versión clásica. Asimismo, y si el tiempo lo permite, hablaré de la clasificación de las clases de isomorfismos obtenidos desde diferentes arreglos de los arcos.

*Lunes 3:10-3:30.*

### EL MÉTODO DE KING-WERNER SOBRE GRUPOS DEL LIE

MARIA DEL PILAR ASTUDILLO FERNANDEZ  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

WILLY WILL SIERRA ARROYO  
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Buscando mejorar la velocidad de convergencia, en las últimas décadas se han propuesto varios métodos iterativos en espacios de Banach. Siguiendo esta dirección, los métodos multipasos han mostrado ser bastante eficientes; uno de especial interés es el método de King-Werner definido para  $X, Y$  espacios de Banach y  $F : \Omega \subseteq X \rightarrow Y$ , por

$$\begin{cases} y_n = x_n - F'(\frac{x_{n-1} + y_{n-1}}{2})^{-1} F(x_n), \\ x_{n+1} = x_n - F'(\frac{x_n + y_n}{2})^{-1} F(x_n), \end{cases}$$

donde  $x_0 \in \Omega$  es dado y  $y_0 = x_0 - F'(x_0)^{-1}F(x_0)$ .

Como en el caso del método de Newton, en el ambiente de los espacios de Banach, la convergencia del método de King-Werner también ha sido estudiada bajo diferentes condiciones sobre el operador  $F$ .

Esta charla está dedicada a presentar un análisis de convergencia semilocal para una versión en grupos de Lie de este interesante método.

*Lunes 3:35-3:55.*

### SOBRE LA ESTRUCTURA BORELIANA DE GRUPOS DE HOMEOMORFISMOS DE ESPACIOS MÉTRICOS Y NUMERABLES

JUAN DAVID FRANCO SALAZAR  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CARLOS ENRIQUE UZCÁTEGUI AYLWIN  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Sea  $X$  un espacio métrico, compacto y numerable. Sea  $C(X)$  el espacio de funciones continuas de  $X$  en  $X$ . A  $C(X)$  se le puede asociar la métrica uniforme:

$$d_u(f, g) = \sup\{d(f(x), g(x)) : x \in X\}.$$

Es conocido que  $C(X)$  con la topología inducida por  $d_u$  es un espacio polaco (separable y completamente metrizable). El grupo  $H(X)$  de homeomorfismos de  $X$  en  $X$  con la topología de subespacio inducida por  $C(X)$  resulta ser  $G_\delta$  en  $C(X)$  y, por tanto, grupo polaco. A dicha topología sobre  $H(X)$  la denotaremos por  $\tau_u$ .

Otra topología que podríamos usar para  $H(X)$  es la topología de subespacio que resulta de poner la topología producto sobre  $X_d^X$ , donde  $X_d$  es el espacio  $X$  con la topología discreta. A esta topología la denotaremos como  $\tau_d$  y es interesante ya que, en ese caso, tendríamos  $H(X) \subseteq S_\infty(X) \subseteq X_d^X$ , donde  $S_\infty(X)$  es el grupo polaco de biyecciones de  $X$  en  $X$ . Es decir, estamos dando un ambiente de grupo polaco a  $H(X)$ , lo que permite que podamos hacernos preguntas sobre la complejidad boreliana de  $H(X)$  y el concepto de “polonización”.

Sea  $G$  un grupo polaco y  $H$  un subgrupo boreliano de  $G$ . Llamaremos  $\tau_1$  a la topología de subespacio sobre  $H$  heredada de  $G$ . Diremos que  $H$  es **polonizable** (“Polishable”), si existe una (única) topología polaca  $\tau_2$  sobre  $H$ , tal que  $(H, \tau_1)$  y  $(H, \tau_2)$  tienen los mismos conjuntos borelianos.

En la ponencia, comentaremos algunos resultados que nos condujeron a la demostración de la siguiente proposición:

**Proposición 1:** Sea  $X$  métrico, compacto y numerable. Entonces  $(H(X), \tau_d)$  es un subgrupo polonizable de  $S_\infty(X)$  y su única polonización es  $(H(X), \tau_u)$ .

La demostración que encontramos para este resultado pasa por el hecho de que todo espacio métrico, compacto y numerable  $X$  es disperso (“scattered”), es decir, para todo  $A \subseteq X$ , se tiene que  $A$  tiene un punto aislado en  $A$ .

En contraste con el resultado anterior, Christian Rosendal mostró en el artículo “On the non-existence of certain group topologies”, publicado en 2005, que no

existe una topología de grupo polaco para  $H(\mathbb{Q})$  (el grupo de homeomorfismos de  $\mathbb{Q}$ ). En la ponencia se harán algunos comentarios sobre la demostración de este hecho y sobre algunas implicaciones que tienen los resultados y las herramientas que se usan en la prueba.

La proposición obtenida y el estudio del resultado anterior mostrado por Christian Rosendal están relacionados con algunas preguntas de la tesis en curso de la Maestría en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander titulada “Métricas en grupos polacos, el semigrupo de Ellis y complejidad boreliana” dirigida por el profesor Carlos Enrique Uzcátegui Aylwin. Específicamente, la conjetura que intentamos demostrar es:

**Conjetura:** Sea  $X$  métrico y numerable. Entonces  $H(X)$  es un subgrupo polonizable de  $S_\infty(X)$ , si y solo si,  $X$  es disperso.

*Lunes 4:00-4:20.*

### **TOPOLOGY-DISTURBING OBJECTS: A NEW CLASS OF 3D OPTICAL ILLUSION**

LAURA DANIELA RINCÓN PULIDO  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

El profesor Kokichi Sugihara publicó en 2018 en Journal of Mathematics and the Arts un artículo que nos sorprende con perturbaciones topológicas en tres dimensiones. Él describe una clase de objetos cuyas propiedades topológicas parecen cambiar cuando se observan desde dos puntos de vista específicos. En esta charla se presenta una breve introducción de lo que es una topología, algunos conceptos de continuidad, las diferencias de las perturbaciones geométricas y topológicas, características propias de dichos objetos y finalmente condiciones para poder crear dichos objetos.

*Martes 10:30-10:50.*

### **LA TOPOLOGÍA DIGITAL COMO HERRAMIENTA PARA EL PROCESAMIENTO DE IMÁGENES DIGITALES DE DOS COLORES**

YAZMIN RUBIELA COTE  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CARLOS UZCATEGUI  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

El campo de la topología digital tiene sus inicios en la década de los 70 gracias a los trabajos de Rosenfeld. El objetivo fue introducir conceptos y herramientas topológicas para analizar imágenes digitales que son representaciones de imágenes reales en dos colores blanco y negro, para ello se interpreta la imagen como un subconjunto de  $\mathbb{Z}^2$ .

Uno de los enfoques para el análisis de imágenes está basado en las relaciones de adyacencia de los píxeles de la imagen. Para el análisis de las imágenes 2D se usan dos tipos de relación de adyacencia: la 8-adyacencia y 4-adyacencia. Los puntos 4-adyacentes a un punto  $(x, y)$  son  $(x \pm 1, y)$  y  $(x, y \pm 1)$ . Los puntos 8-adyacentes a  $(x, y)$  son los puntos 4-adyacentes junto con los puntos  $(x \pm 1, y \pm 1)$ .



Usando estas relaciones de adyacencia se define una noción de conexidad para subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$ . Dos subconjuntos  $A, B$  de  $\mathbb{Z}^2$  son **4-adyacentes** si existe  $x \in A$  y  $z \in B$  tales que  $x$  y  $z$  son 4-adyacentes. Un subconjunto  $S$  de  $\mathbb{Z}^2$  es **4-disconexo** si se puede dividir en dos subconjuntos no vacíos que no son 4-adyacentes entre sí. En caso contrario se dice que es **4-conexo**. Una 4-componente de un conjunto  $S$  es un subconjunto de  $S$  4-conexo maximal. Análogamente, se define estos conceptos para una relación de 8-adyacencia.

Un concepto fundamental en esta teoría es la noción de imágenes equivalentes. Sean  $S \subseteq S'$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$ . Diremos que  $S$  y  $S'$  son  $(8, 4)$ -equivalentes si  $S$  y  $S'$  tienen el mismo número de 8-componentes y  $\mathbb{Z}^2 \setminus S$  y  $\mathbb{Z}^2 \setminus S'$  tienen el mismo número de 4-componentes.

Los algoritmos que encuentran imágenes equivalentes se denominan algoritmos de reducción. Para ello se buscan puntos que al eliminarlos (cambiar píxeles negros por blancos) conserven esta propiedad, a estos puntos se le denominan **puntos simples**. Para identificar estos puntos presentamos un Teorema de Rosenfeld que permite identificar de forma sencilla y dar una caracterización de los puntos simples. En esta charla presentaremos un bosquejo de la demostración del teorema de Rosenfeld sobre puntos simples que forma parte de mi proyecto de tesis de maestría. Una consecuencia de ese teorema es un algorítmico que permite detectar de manera computacionalmente sencilla los puntos simples.

Un enfoque alternativo fue presentado por Khalimsky, Kopperman y Meyer en 1990. Ellos introdujeron una topología en  $\mathbb{Z}$ , llamada la topología de Khalimsky. Mostraremos la conexión entre estos dos enfoques. Esa topología está generada por los siguientes conjuntos:

$$B(n) = \{n\} \text{ si } n \text{ es impar y } B(n) = \{n-1, n, n+1\} \text{ si } n \text{ es par.}$$

*Martes 10:55-11:15.*

## DESCENSO GALOISIANO EN ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS BIDIMENSIONALES

NICOLAS RAMIREZ  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

CÉSAR GALINDO  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Esta charla presenta una generalización del problema de descenso de Galois en estructuras algebraicas bidimensionales (categorías de orden superior).

Dada una extensión de cuerpos galoisiana  $k \subset K$ , el grupo de Galois actúa sobre las estructuras algebraicas definidas sobre  $K$  (por ejemplo, los módulos sobre  $K$ ). El problema clásico del descenso galoisiano, es decir, la descripción de las  $k$ -formas, se reduce a la descripción cohomológica de la categoría de objetos equivariantes bajo la acción del grupo de Galois.

La generalización consiste en considerar estructuras algebraicas bidimensionales tales como: categorías lineales, categorías tensoriales y grupoides, entre otras. Introduciremos el concepto de acción de un grupo categórico sobre una 2-categoría y la 2-categoría de objetos equivariantes. Nuestro hallazgo principal consiste en

una descripción cohomológica (y homotópica) que abarca tanto la obstrucción a la existencia de estructuras equivariantes como la clasificación de las posibles estructuras equivariantes sobre un objeto fijo.

Si el tiempo lo permite, ilustraremos la teoría con ejemplos concretos. Esta charla se fundamenta en un trabajo en preparación realizado en colaboración con César Galindo.

*Martes 11:20-11:40.*

### **TRIÁNGULOS DE AUSLANDER-REITEN EN CATEGORÍAS DE FROBENIUS**

CRISTIAN FELIPE GALLEGO OLAYA  
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Sea  $(\mathcal{C}, \mathcal{E})$  una categoría de Frobenius Krull-Schmidt. Para  $\mathcal{C}$ , la categoría estable de  $\mathcal{C}$ , demostramos que todo triángulo de Auslander-Reiten en  $\mathcal{C}$ , es inducido por una sucesión de Auslander-Reiten en  $\mathcal{C}$  cuando estas existen. Este resultado es una generalización del Teorema 2.7, dado por Y. Calderón-Henao, H. Giraldo y J.A. Vélez-Marulanda, ellos probaron este resultado para la categoría estable  $\hat{\Lambda}\text{-mod}$  de la categoría abeliana de  $\hat{\Lambda}$ -módulos finitamente generados a izquierda, cuando  $\hat{\Lambda}$  es el álgebra repetitiva de  $\Lambda$  una  $\mathbb{T}$ -álgebra de dimensión finita con  $\mathbb{T}$  un campo algebraicamente cerrado. Como aplicaciones de nuestro resultado, se obtiene una prueba diferente a la dada por E.R. Alvares, S.M. Fernandes y H. Giraldo de cómo es la forma de los triángulos de Auslander-Reiten en la categoría derivada acotada  $D^b(\Lambda\text{-mod})$ , con  $\Lambda\text{-mod}$  la categoría de los  $\Lambda$ -módulos finitamente generados a izquierda. Nuestro resultado también permite demostrar la relación que fue dada por Y. Calderón-Henao, F. Gallego-Olaya y H. Giraldo, entre la dimensión global fuerte, los complejos de tamaño fijo, y la categoría derivada acotada  $D^b(\Lambda\text{-mod})$ .

*Martes 11:45-12:05.*

### **EL INVARIANTE CUÁNTICO UNIVERSAL DE 3-VARIEDADES Y EL GRUPO DE DIFEOTOPÍA DE SUPERFICIES**

ANDERSON VERA  
INSTITUTE FOR BASIC SCIENCE - CENTER FOR GEOMETRY AND PHYSICS

En esta charla empezamos con un relato histórico de los invariantes cuánticos de nudos y 3-variedades, así como algunas de las preguntas principales en el tema. Luego, mostraremos una relación explícita entre la extensión functorial del invariante perturbativo universal (cuántico) de 3-variedades (invariante de Le-Murakami-Ohtsuki) con invariantes de naturaleza algebraica del “grupo de simetrías” de una superficie (grupo de difeotopía). Más precisamente, damos una interpretación topológica de algunos términos que aparecen en el invariante LMO usando invariantes algebraicos del grupo de difeotopía.

*Miércoles 10:30-10:50.*

### **BRAIDED ZESTINGS FOR MODULAR CATEGORIES FROM QUANTUM GROUPS**

HECTOR GIOVANNY MORA DIAZ  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

In this talk, based on joint work with my PhD advisor César Galindo, I will discuss recent progress in the Zesting construction for modular categories associated with quantum groups at principal roots of the unit. The Zesting construction, introduced in [1], is a powerful tool in fusion category theory that allows us to construct new braided fusion categories from a given graded fusion category. Using this method, researchers have provided categorizations for new fusion rule algebras, modular data, and minimal modular extensions of super-modular categories.

Our joint work presents a complete description of the Braided Zestings for the modular category  $SU(N)_k$ , obtained from the quantum group  $U_q(\mathfrak{sl}_n)$ . This result extends the findings of [1], which only provided partial results for the modular data of zested  $SU(N)_k$ . We fill this gap and provide a complete understanding of the modular data of zested  $SU(N)_k$ . Additionally, I will discuss partial results obtained for other quantum groups associated with families of simple Lie algebras.

*Miércoles 10:55-11:15.*

### **BORDISMO EQUIVARIANTE DE SUPERFICIES**

BERNARDO URIBE  
UNIVERSIDAD DEL NORTE

ANDRES ANGEL  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

CARLOS SEGOVIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Consideremos una superficie cerrada y orientada, con una acción libre de un grupo finito. En esta conferencia explicaré las condiciones necesarias y suficientes para que dicha superficie sea la frontera de una variedad 3-dimensional donde la acción del grupo se pueda extender. Este resultado permite clasificar las superficies con acciones de un grupo fijo hasta bordismo.

*Miércoles 11:20-11:40.*



# Cómites

## Comité Científico:

- Alf Onshuus (Universidad de los Andes, presidente SCM)
- Álvaro Riascos (Universidad de los Andes)
- Bernardo Uribe (Universidad del Norte)
- Federico Ardila (San Francisco State University)
- Hernán Giraldo (Universidad de Antioquia)
- Isabel García (Pontificia Universidad Javeriana, Cali)
- Juan Carlos Galvis (Universidad Nacional, Bogotá)
- Laura Gómez (Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá)
- Óscar Casas (Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia)
- Richard de la Cruz (Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia)
- Sofía Pinzón (Universidad Industrial de Santander, vicepresidente SCM)
- Tatiana Toro (University of Washington, MSRI)

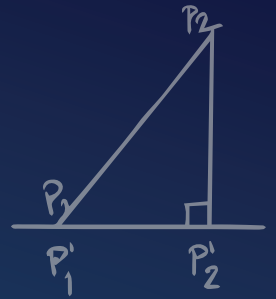
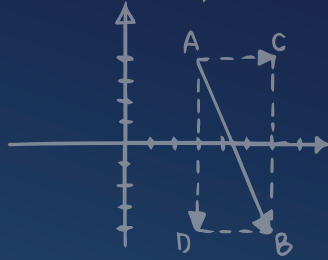
## Comité Organizador Local (UPTC):

- Rafael José Álvarez
- Oscar Casas
- Lisette Milena Gaona
- Nelsy Rocío Gonzalez
- Pedro Nel Maluendas
- Xiomara Rojas
- Omaidá Sepúlveda
- Robinson Julián

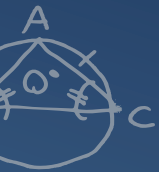
- Yesica Paola Suárez
- Zágalo Suárez
- Héctor Suárez



$$\sim \exists x \exists y [p(x,y)] \equiv \forall x \forall y [\sim p(x,y)]$$



$$\operatorname{coth}(z) = i \cot(iz)$$



$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

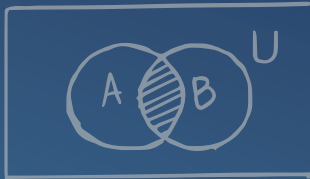
$$p \vee F \equiv p$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

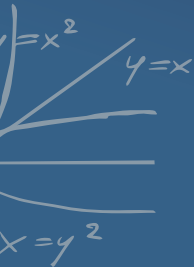
$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\sim \forall x \forall y [p(x,y)] \equiv \exists x \exists y [\sim p(x,y)]$$

$$\operatorname{arccoth}(z) = 1/2 \ln((z+1)/(z-1))$$



$$\log_n m = \frac{\log m}{\log n}$$



## ORGANIZAN

## APOYAN



**Uptc**  
Universidad Pedagógica y  
Tecnológica de Colombia

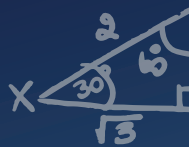
**Sociedad Colombiana  
de Matemáticas**



Facultad de Ciencias  
Departamento de  
Matemáticas



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**



$$\sinh(x)/\cosh(x) = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$$



$$\text{Rectangle} = ab$$

$$\operatorname{arctanh}(z) = 1/2 \ln((1+z)/(1-z))$$

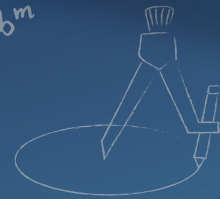
$$Me = L + I$$

$$\left[ \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right]$$

$$\ln(1 + \sqrt{1+z^2})/2$$

$$y_{i+1} = y_i + (x_n/2)(a - y_i^2)$$

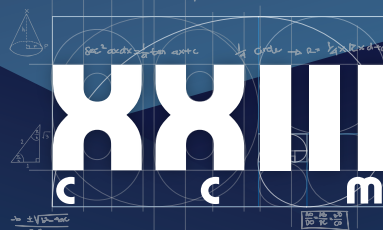
$$x_{n+1} = (x_n/2)(3 - ax_n^2)$$



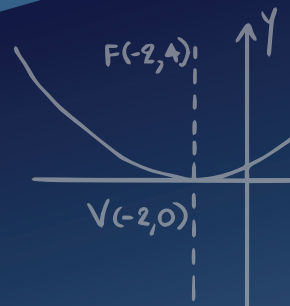
$$\vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$2ax + a^2 = (x-a)^2$$

$$= a_1 r^{n-1}$$



**CONGRESO  
COLOMBIANO  
DE MATEMÁTICAS**



$$\cot(-x) = -\cot(x)$$

$$T_r = C_{n,r-1} a^{n-r+1} b^{r-1}$$

$$C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

1. P → r
  2. q → s
  3. p v q
- } r v s

