

Algunos problemas interesantes

Oscar Bernal

¡Siguen en Lecturas Matemáticas los problemas para pensar un poco! En este número proponemos algunos problemas nuevos, de nuevo con niveles de dificultad y contenidos matemáticos diversos. Además, queremos dejar abiertos los problemas del número anterior, queremos que las soluciones de nuestros lectores sean las protagonistas.

Nos gustaría mucho saber cómo han resuelto estos problemas, así que las soluciones son bienvenidas al correo electrónico `cedm@scm.org.co` en un mensaje con el sujeto *Soluciones Lecturas* e indicando el número de la revista en la que apareció el problema; en el número siguiente presentaremos las soluciones y créditos a quienes nos escriban.

Mantenemos la puerta abierta a las propuestas de problemas, para lo que también está disponible el correo electrónico `cedm@scm.org.co` al que pueden proponer sus problemas, originales y con solución completa, en un mensaje con el sujeto *Problemas Lecturas*.

1. Problema 1

Una persona imprimió en un papel una sección de la parábola $y = x^2$ que contiene al vértice, pero no imprimió los ejes o alguna otra indicación adicional. Explique cómo reconstruir, utilizando solamente regla y compás, el vértice, el foco y la directriz de la parábola.

¿Es esa reconstrucción posible para cualquier parábola?

2. Problema 2

Para cada par de enteros positivos a, b se representa como (a, b) el máximo común divisor entre ellos.

Dado un entero $n \geq 2$, se define la función $s(n) = \sum_{k=1}^{n-1} (n, k)$. Demuestre que no es posible encontrar un valor constante c tal que la desigualdad $s(n) \leq cn$ se cumpla independientemente del valor de n .

3. Problema 3

Para cada entero positivo n se definen los conjuntos n -algebraicamente cerrados como aquellos subconjuntos S de los números complejos, con al menos un elemento diferente de 0, para los que todo polinomio de grado exactamente n con coeficientes en S tiene sus raíces en S .

1. Encuentre todos los n para los que existen conjuntos finitos n -algebraicamente cerrados y,
2. para cada n con conjuntos finitos n -algebraicamente cerrados, encuentre todos los conjuntos finitos con esa propiedad.

OSCAR BERNAL
COMISIÓN DE EDUCACIÓN Y DIVULGACIÓN MATEMÁTICA
SOCIEDAD COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, COLOMBIA
e-mail: cedm@scm.org.co

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
BOGOTÁ, COLOMBIA
e-mail: os-berna@uniandes.edu.co