

Son útiles los modelos matemáticos para entender la dinámica de la pandemia?

Juan Galvis, Freddy Hernández, Francisco Gómez.

Documento basado en [COVID-19 Models: Can They Tell Us What We Want to Know?](#).

En 2020, debido a la [emergencia sanitaria mundial](#), muchas decisiones orientadas hacia el manejo de la crisis han sido tomadas, resultando en grados variables de efectividad. No obstante, se puede afirmar que las decisiones más acertadas, son también las más informadas desde varias líneas de pensamiento, incluyendo el técnico-científico, social y económico, entre otros aspectos. Muchas de las decisiones de los gobiernos han sido soportadas por equipos de científicos para los cuales el [modelamiento matemático](#) juega un papel central. En otras ocasiones estas decisiones han sido influenciadas por aquellas tomadas en otros países o lugares considerando la información técnica a su disposición.

Los modelos matemáticos en general, y específicamente aquellos relacionados con el análisis epidemiológico, pueden ser usados con diferentes fines, por ejemplo, la descripción y predicción tanto cualitativa como cuantitativa de la evolución de la epidemia, el estudio de efectos de intervención de los sistemas estudiados y la descripción inversa de los mismos, entre otros posibles usos.

A continuación, presentaremos una clasificación en tres categorías de los modelos más usados para estudiar la evolución de una epidemia, junto con una breve descripción de cada categoría. Posteriormente, presentaremos algunos de los usos de estos modelos, y finalmente mencionaremos algunos comentarios generales.

Clasificación de modelos epidemiológicos

Los modelos más usados para estudiar la evolución de una epidemia, *grosso modo*, pueden ser clasificados en tres categorías:

Modelos continuos de compartimentos: Estos modelos dividen la población total de una región epidemiológica asignando a los individuos etiquetas, e.g., “susceptibles”, “infectados”, “removidos” y etiquetas similares. Luego se establecen, basadas en supuestos, reglas matemáticas de cómo un individuo puede cambiar de etiqueta. En este caso las variables de estado representan el número total de individuos con las diferentes etiquetas. Estos modelos son muy comunes en epidemiología y asumen, entre otras cosas, que la

población se encuentra homogéneamente mezclada y que se comporta de manera similar. En este caso, no hay agentes individuales pero sí poblaciones. Aunque el supuesto de mezcla homogénea es muy difícil de satisfacer, los modelos de compartimentos han sido usados de manera exitosa en la práctica (ver [este](#) ejemplo). Estos modelos necesitan de parámetros que describen las características de la enfermedad y la movilidad de los individuos en términos de contactos promedios por unidad de tiempo. En cuanto a la enfermedad, se necesitan los valores promedios para la probabilidad de contagio, el tiempo de incubación (si lo hay), de duración del periodo infeccioso y recuperación de los grupos marcados con las diferentes etiquetas. En general, las etiquetas pueden incluir otras características diferentes al estado epidemiológico como son la edad y el nivel de ingresos, entre otros. Existen modelos de compartimentos con dos y hasta cientos de etiquetas diferentes. Por ejemplo, un modelo de compartimentos para COVID-19 propuesto por un grupo de investigadores mexicanos marca la población de acuerdo a cuatro etiquetas etarias y ocho estados epidemiológicos. En este modelo se tiene un total 32 ecuaciones diferenciales acopladas en un sistema no lineal (con no linealidad de tipo cuadrático).

Modelos basados en agentes: En este enfoque se modelan comunidades usando agentes (que pueden representar individuos) y sus interacciones de manera directa. Basados en supuestos se implementan reglas de movilidad de los agentes así como de interacción entre ellos, junto con la dinámica de la enfermedad. En este caso no se asume que la población está homogéneamente mezclada y se pueden implementar comportamientos diferentes entre individuos. Adicionalmente, se pueden también imponer reglas de movilidad e interacción entre estos de forma heterogénea.

La implementación computacional de los modelos basados en agentes son de naturaleza probabilística. Por ejemplo, en muchos modelos el agente debe decidir cuándo y hacia donde moverse, de acuerdo a un “reloj aleatorio” y siguiendo una cierta distribución de probabilidad sobre el espacio de los desplazamientos posibles, respectivamente. En otros casos, los individuos tendrán rutinas determinísticas dependientes del tiempo pero interactúan de manera aleatoria con los demás individuos. Es típico que se requiera de varias realizaciones del modelo para poder hacer predicciones de comportamientos promedio observados con intervalos de confianza adecuados. Esto último es lo que se conoce como el método Montecarlo.

Además de los descriptores de la enfermedad mencionados anteriormente, estos modelos pueden usar distribuciones más complejas de los tiempos promedio relacionados a la enfermedad. Además, pueden usar mapas de interacción y movilidad de la comunidad en donde se realiza el estudio. En ocasiones estos enfoques pueden llegar a ser muy realistas.

Una de las dificultades de estos modelos es su complejidad computacional la cual crece con el número de agentes y la descripción de sus iteraciones. No obstante, su uso se ha extendido recientemente, por ejemplo, en escenarios que involucran estructuras de interacción no homogéneas entre los agentes (ver [este](#) ejemplo).

Ajuste de curva combinado con extrapolación: Estos modelos pretenden descubrir tendencias estadísticas de series de tiempo de las variables de estado. E.g., los reportes oficiales de número de infectados. Una vez se obtiene una curva que se ajuste satisfactoriamente a los datos, este resultado puede ser usado para extrapolar valores de las variables de estado. Dicha extrapolación puede ser temporal (se extiende la curva a un tiempo posterior a los del último dato) o espacial (se extiende la tendencia obtenida para una comunidad a otra).

Debe mencionarse que estos modelos consiguen, cuando son exitosos, descubrir la dinámica de los reportes y datos usados, esto incluye la combinación de las dinámicas de la enfermedad y también las dinámicas de medición y otros procesos involucrados (e.g., retardo en reportes, subregistro, entre otros).

Aunque la ventana de predicción de estos modelos es en general de corto plazo, estos pueden usarse para estimar, por ejemplo, el efecto de políticas mediante extrapolación de la medición del efecto de políticas similares en otras poblaciones o sistemas parecidos.

Algunos usos de los modelos epidemiológicos

A continuación, se realiza una descripción de algunos de los usos principales de los modelos epidemiológicos, sus alcances y limitaciones.

Descripción y predicción cualitativa: Este tipo de modelos tiene, una vez pasado el proceso de calibración (asignación de valores concretos a los parámetros involucrados en el mismo), la capacidad de describir algunas características cualitativas de la evolución de variables de estado (por ejemplo, número de infectados) y potencialmente puede usarse para ayudar a entender las dinámicas de la enfermedad, y la sensibilidad de las variables de estado con respecto a los parámetros.

Un ejemplo de característica cualitativa puede ser la estimación del periodo de tiempo en el que se alcanzará un pico de infectados (si es que esto sucede), así como una descripción de la velocidad con la que se alcanzará y desaparecerá con el tiempo este pico.

En el caso de descripción y predicción cualitativa los modelos usados son de carácter general y consideran en muchas ocasiones situaciones o parámetros promedio. En este caso los supuestos del modelo podrían no satisfacerse a cabalidad, no obstante, estos pueden ser sustituidos/aproximados por comportamientos promedio.

Evaluación de efectos de intervención: Un modelo realista cualitativamente hablando puede ser empleado para evaluar y comparar el efecto sobre las variables de estado de diferentes métodos o políticas de intervención. Este efecto puede ser identificado comparando la evolución de las variables de estado sin intervención alguna con aquella observada bajo la presencia de una o varias políticas de intervención.

Cabe anotar que la introducción de las políticas de intervención en el modelo se realiza a través de los parámetros del mismo, y la manera de hacerlo es objeto de otro problema de modelización.

Predicción cuantitativa: Son modelos realistas y precisos aplicables al caso y región de estudio en una ventana de tiempo de interés. En general, estos son modelos más complicados que los anteriores. Particularmente, en estos se hace más énfasis en el cumplimiento estricto de las hipótesis más importantes del modelo, por lo que demandan más esfuerzo en su construcción. Típicamente, estos modelos son calibrados con observaciones concretas que corresponden a mediciones directas o indirectas de las variables de estado. Comúnmente, las predicciones de estos modelos se acompañan con intervalos de confianza alrededor de comportamientos esperados.

Descripción a posteriori: Se puede, en muchos casos, usando mediciones directas o indirectas de las variables de estado estimar los parámetros del modelo, los cuales describen la dinámica interna de la situación estudiada, y sirven para comparar cuantitativamente varios escenarios en donde el modelo sea aplicable.

Consideraciones finales

Cada modelo es una forma de ver la realidad usando un lente diferente, y por lo tanto puede llegar a ser útil. Pero, su utilidad es limitada y depende del tipo de lente usada: los supuestos del modelo.

En cualquier caso los modelos matemáticos deben ser diseñados, implementados e interpretados por grupos de profesionales de diferentes áreas y en colaboración con autoridades y tomadores de decisiones. Estos últimos tienen en los resultados del ejercicio de la [modelación matemática un insumo importante](#) para, junto con otros elementos y puntos de vista, identificar los caminos adecuados para el diseño y proposición de acciones concretas requeridas para superar la crisis.

Contrario a lo que muchas personas que incursionan en el modelaje matemático piensan, el proceso de construcción de modelos no inicia con los supuestos sino con preguntas concretas que se desean responder. Esto no quiere decir que el modelo producto no se pueda ser usado para dar luces sobre otras cuestiones o responder preguntas diferentes a las originalmente planteadas.

Aunque los modelos matemáticos pueden ser entendidos como herramientas técnicas con soporte científico, que tienen por objetivo proporcionar diferentes escenarios a los tomadores de decisiones, es importante entender que la elección de los modelos a seguir o los factores que estos tomarán en cuenta es esencialmente una decisión política.