

Simple observaciones sobre las matemáticas y la educación matemática*

MICHEL PATY
Equipe REHSEIS (UMR 7596), CNRS
Université Paris 7-Denis Diderot

En este trabajo se exponen las ideas del autor sobre la relación entre enseñanza de la matemática y el quehacer matemático.

Key Words and Phrases: Mathematical education

1991 Mathematics Subject Classification. Primary: 00A35

ABSTRACT. In this note the author's ideas on the relationship between mathematical education and the mathematicians' work are expounded.

Yo no soy educador de la matemática, ni tampoco soy investigador en matemática, soy filósofo e historiador de las ciencias, pero mi trabajo de investigación en epistemología e historia de la física, y en particular lo que concierne a las interacciones entre las matemáticas y la física, y a la

*Intervención en la Mesa redonda final "La Educación matemática y la práctica de las matemáticas", en el "Simposio sobre Educación, historia y epistemología de la matemática", Congreso Nacional de Matemática 2000, Bogotá, 14-18 agosto 2000 (el 18 de agosto). Agradezco a Maribel Anacona el cuidado en las correcciones de mi texto inicial en castellano.

matematización de la física, me ha puesto en contacto con matemáticos, historiadores de las matemáticas e educadores (“didácticos”, “didacticiens”, como se dice en Francia) de esta disciplina, sin contar mi experiencia anterior en la investigación en física fundamental. En particular, mis relaciones y colaboraciones con universitarios, profesores e investigadores, en estos campos, en Francia, en Brasil y en Colombia, me han llevado a reflexionar un poco sobre las cuestiones discutidas en esta mesa redonda. Las observaciones que voy a presentar, hechas “desde afuera”, por así decirlo, no tienen pretensión sino la de considerar los problemas anotados desde el punto de vista del simple “buen sentido”, es decir de la razón, volviendo a algunas consideraciones elementales y básicas, definitorias, sobre las matemáticas y la educación matemática. Consideraciones que, en el fuego de la acción del trabajo efectivo, y dentro de la complejidad de los problemas organizacionales e institucionales, no puede ser inútil de recordar.

El planteamiento introductorio¹ a esta mesa redonda, preliminar a la discusión, me parece lúcido y honesto, particularmente en lo que se refiere a las incomprensiones entre las dos comunidades, la de los matemáticos y la de los especialistas de la educación matemática. Esta incomprensión existe también en otras partes del mundo. Pero existen también puntos de pasaje entre los dos, que son a veces muy fecundos y, seguramente, la implicación de los matemáticos, profesores e investigadores, en los problemas teóricos y prácticos de la educación matemática, se revela siempre muy positiva. Además, ella es una garantía del lado de las matemáticas, asegurando una conexión con la parte viva, en el proceso de elaboración, de la disciplina.

¹El planteamiento introductorio, escrito y dictado por el profesor Jairo Álvarez (Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, Cali), animador de la mesa redonda, presentaba tres temas para la discusión: “1: Educación matemática y matemáticas. 2: Educación matemática y mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas. 3: La importancia social de la educación matemática”. Las reflexiones aquí presentadas conciernen principalmente al primer tema (y también al tercero), y se refieren al segundo en la última parte.

El problema importante, dejando de lado las fricciones institucionales, me parece el de la calidad. Los especialistas de la educación matemática tienen que ser al mismo tiempo buenos matemáticos de formación, cuando, al contrario, los matemáticos no han de ser buenos en educación matemática, ni tampoco formados en ella.

Si son profesores universitarios, tienen sobre todo que enseñar (lo mejor posible, es claro) lo que saben. A este nivel, la comunicación del saber no es tanto una cuestión de pedagogía sino una cuestión de contenido del conocimiento y de transmisión de éste. Por esto, yo personalmente no tengo objeciones contra el bourbakismo a nivel universitario. He recibido mi propia formación matemática en gran parte así, y me ha gustado bastante. He aprendido mucho, en la escuela del rigor y de la formalización. Pero, al contrario, al nivel de la enseñanza secundaria, no me parece que haya sido una buena experiencia la de la sistematización del bourbakismo que hubo en Francia, en Colombia, y en otros países, durante varias décadas. Pues, la prioridad aquí, considero, debe estar dirigida a la formación del pensamiento creativo, y a la verdadera comprensión, y me parece que el desarrollo en las inteligencias de la intuición, que es claramente el más esencial y urgente, está en riesgo de ser ahogado por un exceso de rigor y de formalización. Existen varias etapas en la adquisición del rigor, como la propia historia de las matemáticas lo enseña, y hay que respetarlas.

Así, como yo lo he dicho anteriormente, los educadores de las matemáticas deben tener una muy buena formación matemática, y además una buena formación en educación matemática, mientras que los puros matemáticos necesitan solamente de la primera. Esta disimetría es un hecho real, y no se puede evitar. Es intrínseca. (Los matemáticos la compensan por su lado a través de la exploración, difícilísima, de nuevos caminos en la invención matemática).

Tenemos también que considerar como una exigencia real y una necesidad, la de formar, a los varios niveles académicos, buenos matemáticos, para la investigación y para la enseñanza universitaria, y buenos especialistas de la educación matemática. Lo que me interesa aquí es sobretodo reflexionar sobre la segunda necesidad: ¿ por qué nosotros debemos tener una buena enseñanza básica de las matemáticas ?

Antes de todo, en mi opinión, ésto es porque las matemáticas son, y deben ser, una dimensión esencial de la educación, en todos los niveles y trascendiendo a las escojencias de la especialización disciplinar. En primer lugar, no porque las matemáticas sean útiles, sino porque las matemáticas son una forma del pensamiento, y desarrollarlas en las inteligencias es una manera única, muy potente, de formar el ejercicio de la razón (ésto, Descartes lo decía hace mucho tiempo). En principio, todos los seres humanos, por causa de la universalidad de la capacidad de razón en todos, pueden entender las matemáticas (por lo menos, hasta un cierto punto, pero que puede ser muy avanzado). Este planteamiento no es solamente una cuestión de principios, pues muchas constataciones lo verifican. Pero existen obstáculos para esta comprensión, que son principalmente bloqueos psicológicos y sociales (y los sociales son particularmente importantes). Es aquí, con respecto a estos bloqueos, y a los obstáculos en general, que el papel de la “educación matemática” es esencial, como una especialización en éstos problemas.

Uno de los papeles de las matemáticas es el de enseñar a bien pensar, a razonar por nosotros mismos, a saber jugar lo que es verdad y lo que es falso, libre de todo sujetamiento a la opinión o a la autoridad. También, aprender las matemáticas es descubrir las ideas abstractas, y ésto es un descubrimiento que se puede hacer en todas las edades, y en particular que lo pueden hacer los bien jóvenes (ya a los ocho años, según lo que parece)². Este pensamiento abstracto ayuda a entender el mundo real, concreto, mucho más que el contrario. Muchos errores pedagógicos en las matemáticas han sido provocados por la falsa idea de que para entenderlas se necesita su materialización en ejemplos concretos singulares, lo más cerca posible de los hechos de la vida cotidiana (del tipo de las partes de pastel para entender las fracciones) y quedándose en ellos.

En verdad, parece que esta singularización y concretización muchas veces funciona contra la generalización y la comprensión de la idea propiamente matemática, y está en la origen de bloqueos intelectuales, de

²Ver, en este sentido, las experiencias interesantes con niños, hechas y propuestas por Stella Baruk: *Comptes pour petits et grands. Pour un apprentissage des nombres et de la numération, fondé sur la langue et le sens*, Magnard, Paris, 1997.

naturaleza psicológica. Otra ilustración del poder de la abstracción, es el caso de la expresión matemática de los conceptos de la física, considerado a través de la historia de esta ciencia. La física, incidentalmente, puede ser muy útil a este respecto para la enseñanza de las matemáticas, aportando ejemplos de cómo se crea, a partir del contacto con la naturaleza (los fenómenos), nuevos conceptos matemáticos, y cómo, recíprocamente, éstos permiten pensar los fenómenos físicos. De manera general, la historia de la formación de las ideas matemáticas es muy esclarecedora de estos aspectos, y muestra también como las matemáticas fueron inventadas, creadas, por inteligencias libres: ella contribuye a enseñar la fundamental libertad del pensamiento.

La importancia “social” de la enseñanza de las matemáticas es así muy clara, en una sociedad donde cada uno es respetable y tiene derechos iguales a los derechos de los otros, o al menos en la idea de una tal sociedad. Claramente, éste aspecto tiene una dimensión política. La cuestión va a ser entonces, la de ¿ cuál educación matemática tiene que ser dada? y ¿ cómo lo podemos hacer ?

Estas son algunas dimensiones de la necesidad de desarrollar la educación matemática. Entonces, ésta necesidad ha de ser contestada adecuadamente. Es necesario que haya educadores de las matemáticas, y que éstos sean bien formados, tanto en las matemáticas como en los problemas de la educación, que incluyen estas dimensiones. A mi modo de ver, la justificación de la especialidad “educación matemática” es la enseñanza de las matemáticas sobretodo al nivel secundario. Si ella tiene necesariamente una parte teórica, ésta parte teórica debe ser dirigida en primer lugar para la enseñanza, es decir para la práctica. De otro modo, una disciplina puramente teórica llamada “educación matemática” no pasaría de ser una especie de escolástica, desligada de su razón profunda, es decir de la realidad.

En esta tarea, la enseñanza de las matemáticas debería estar, de una manera o de otra, en contacto con la matemática viva, la de la investigación. Esto es una evidencia en el nivel universitario, pero una tal relación, más episódica, es claro, sería altamente deseable para los practicantes de la enseñanza y para los estudiantes de la secundaria. Existen, en esta perspectiva, varias posibilidades a ser exploradas. De cualquier

modo, a esta altura son los matemáticos que se dedican a la investigación o a la enseñanza superior, los que tienen un papel, una responsabilidad a este respecto.

En cuanto al segundo tema de la mesa redonda (“Educación matemática y mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas”), quiero hacer unas observaciones breves complementarias a las ya hechas en relación con el primero.

Para empezar, me parece muy preocupante la constatación del planteamiento preliminar de la “ruptura entre investigación [en educación] y práctica educativa”, porque, como lo he propuesto anteriormente, no considero que tenga sentido una disciplina “educación matemática” puramente teórica. Sería como una ciencia especulativa de la naturaleza que no estaría atenta a los hechos de la naturaleza, es decir, sería escolástica. La justificación de una ciencia de la “educación matemática” es la enseñanza de las matemáticas. Pues al final, el objeto central son las matemáticas. Y, a pesar de decirse en el plural en español (y en francés), por razones históricas, y para enfatizar las variedad de sus ramos, las matemáticas son una. No hay una matemática de los investigadores, y una de los educadores. Serían dos, la de los educadores no sería la verdadera, ella sería un *Ersatz* de matemática, como se tienen tantos productos artificiales en los supermercados, que son semejantes solamente de lejos a los auténticos. Existe un test para verificar que la matemática que se enseña, o sobre la cual se teoriza, es auténtica, por ejemplo en los libros didácticos: es la comprensión que se hace de las proposiciones matemáticas invocadas. No se trata de copiar ciegamente una argumentación o símbolos juxtapuestos, o de imitarlos, pero si de lograr una comprensión directa de estas proposiciones.

Relacionada con esta observación, hago otra sobre el vocabulario. Si me parece muy natural y deseable emplear la expresión “educación matemática” para designar lo que esta en juego, la expresión también utilizada de “matemática educativa” me parece muy cuestionable. Pues hay solamente, como acabo de decirlo, una matemática, y la educación matemática solamente puede ser ordenada por esta matemática.

Ahora, una última. El conocimiento (en todas sus direcciones disciplinares, matemática, física, otras ciencias) no es una cosa fría, puramente

abstracta y estática, es una experiencia de vida. En tales experiencias, el encuentro humano es muy importante, como muchos ejemplos en la historia de la ciencia lo muestran. En esta perspectiva, me gustaría mencionar el interés que tendría de ofrecer a los alumnos la posibilidad de experimentar encuentros con los que hacen la ciencia, en nuestro caso, las matemáticas: encuentros humanos pero también encuentros con la idea misma de la investigación científica tal como los investigadores la conciben. He mencionado anteriormente esta posibilidad. Ahora, quiero citar una experiencia que se está realizando desde hace algunos años, en la iniciativa de científicos de prestigio que quieren comunicar su pasión por la investigación y sus problemas a los jóvenes de los colegios o gimnasios secundarios, y de las escuelas primarias, en particular de los barrios desfavorecidos como los suburbios de las grandes ciudades. Esta experiencia, iniciada por la física con los premios Nobel Leon Lederman, Georges Charpak y otros, se está desarrollando actualmente en los Estados Unidos, en Francia, Brasil y Méjico, y ahora esta estendiéndose a Marroco, Senegal, China, etc., y suscita un gran interés³. Yo no sé aún como ésta iniciativa ha sido recibida en la comunidad de educadores de la física, pero me parece que no puede ser contraria en su principio a las preocupaciones de los educadores de la ciencia, y me gustaría saber cómo una iniciativa de tipo semejante con las matemáticas estaría recibida en la comunidad de la educación matemática, y como las dos preocupaciones pueden ser ajustadas.

(Recibido en junio de 2000)

MICHEL PATY, EQUIPE REHSEIS (UMR 7596), CNRS
UNIVERSITÉ PARIS 7-DENIS DIDEROT, 37 RUE JACOB
75006 PARIS, FRANCE
e-mail: paty@paris7.jussieu.fr

³En Francia, por la física, la experiencia “La main à la pâte” (“La mano en la masa”), es una experiencia oficial del Ministerio de la Educación Nacional, y tiene un sitio internet: www.inrp.fr/lamap. Vea Georges Charpak, “Changer les sciences à l’école primaire”, La Recherche, décembre 1997.