Lecturas Matemáticas
Volumen **34** *(2007), página 151–152*
ISSN 0120–1980

Ejercicios y problemas

En esta sección de **Lecturas Matemáticas** publicaremos aquellos problemas y conjeturas enviados por nuestros lectores. Si el corresponsal remitente conoce la respuesta al problema que propone, puede enviarla al mismo tiempo o después, con el propósito de publicarla posteriormente, en esta misma sección, con las soluciones o comentarios enviados por otros lectores, si es el caso. Invitamos, pues, cordial y vivamente, a nuestros lectores a participar activamente en esta sección, sea proponiendo problemas o enviando sus soluciones a la siguiente dirección:

`lecturas@scm.org.co`

EP011013. Daniel Buitrago, Fundación Universitaria Konrad Lorenz (Bogotá), (*e-mail*: `danielbuitrago1@yahoo.com`) ha propuesto el siguiente ejercicio: *Se tiene una función polinómica* $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$ *con* n *soluciones reales* $\alpha_1 < \alpha_2 < \cdots < \alpha_{n-1} < \alpha_n$ *distintas en el intervalo* $[\alpha_1, \alpha_n]$. *Se quieren encontrar coeficientes reales* $b_n, b_{n-1}, \ldots, b_0$ *con* $b_n \neq 0$ *tales que*

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_n} (a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0)dx = \int_{\alpha_1 - k}^{\alpha_n + k} (b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_0)dx,$$

para $k \in \mathbb{R}^+$ *de manera tal que existan a su vez* n *soluciones reales* β_i *de* $g(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_0$ *que cumplan con:*

$$\alpha_1 - k < \beta_2 < \cdots < \beta_{n-1} < \alpha_n + k$$

y además

$$\int_{\beta_i}^{\beta_{i+1}} g(x)dx = \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} f(x)dx\,,$$

para todo i. El proponente también plantea las siguientes preguntas: ¿Qué relación guardan entre sí los coeficientes de ambos polinomios? ¿Cómo cambiaría el resultado anterior si la ampliación del intervalo no fuera simétrica?

EP021013. Enrique Álvarez–Hernández (*e-mail*: `ealvarezh@unal.edu.co`). En [1] Gregor Olšavský contó el número de 2×2 matrices sobre

$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ cuyos valores propios están en este mismo cuerpo. Se propone verificar que los mismos resultados son válidos si $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ se reemplaza por un cuerpo finito arbitrario $\mathbb{F}_q$.

Referencias

[1] Olšavský, Gregor. *The number of 2 by 2 matrices over $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ with Eigenvalues in the same Field.* Math. Magazine **76** (2003), 314–317.